

УДК 631.312

Теоретичне дослідження руху матеріальних частинок у відцентрових апаратах із криволінійними лопатками і змінним кутом їх підйому

А.В. Чепіжний ¹, С.Ф. Пилипака ²¹Сумський національний аграрний університет (м. Суми, Україна)²Національний університет біоресурсів і природокористування України (Київ, Україна)

Під час проектування відцентрових розсіювальних апаратів мінеральних добрив досить важливо знайти параметри і режими роботи цих машин, які б давали найкращий ефект при розсіюванні добрив. Важливу роль в цьому відіграють лопатки, які забезпечують потрібну траєкторію і швидкість частинки у відносному русі. На сьогоднішній момент достатньо вивчена в теоретичному плані робота розсіювальних апаратів із прямолінійними лопатками. Дослідження впливу форми криволінійної лопатки на кінематичні параметри руху частинки може бути корисним при проектуванні відповідних робочих органів. Такі лопатки (як прямолінійні, так і криволінійні) кріпляться ортогонально до диска і забезпечують рух частинки по ньому в горизонтальній площині. В момент сходу частинки із диска вектор її абсолютної швидкості паралельний площині диска. Однак розсіювання частинок відбувається ефективніше, коли вони при сході із робочого органу летять вгору під певним кутом до площини диска. Таке розсіювання забезпечують відцентрові конусні розсіювальні органи, у яких прямолінійні лопатки закріплені під певним кутом до площини диска. З теоретичної точки зору видається цікавим дослідження руху частинки по криволінійній лопатці, коли кут підйому частинки зростає від нуля до заданої величини в момент сходження із лопатки.

Виходячи з цього, в статті виведено узагальнені диференціальні рівняння руху частинки у відцентрових апаратах вздовж криволінійної лопатки із змінним кутом підйому. Також зроблено порівняльний аналіз кінематичних параметрів руху для прямолінійних і криволінійних лопаток, з якого слідує, що заміна прямолінійних лопаток на криволінійні дозволяє досягти однакового ефекту (абсолютної швидкості частинки в момент сходження із лопатки). При необмеженій довжині лопатки у вигляді дуги кола частинка здійснює коливальний рух по ній вгору-вниз із затуханням аж до повної зупинки за наявності тертя і тривають нескінченно за відсутності тертя.

Ключові слова: лопатка, матеріальна точка, відцентровий апарат, рівняння, кут підйому, параметри, коливальний рух, розсіювання, траєкторія, проекція.

Вступ. Рух матеріальної частинки по площині є предметом дослідження багатьох вчених. Дослідженнями руху матеріальної частинки по поверхням сільськогосподарських машин слід вважати праці академіка Василенко П.М. та інших вітчизняних вчених. На сьогоднішній момент значна кількість аналітичних задач теорії сільськогосподарських машин потребує застосування теорії руху матеріальної частинки по поверхням, які використовуються при проектуванні нових їх конструкцій.

Постановка проблеми. При проектуванні відцентрових розсіювальних апаратів мінеральних добрив важливо знайти такі параметри і режими роботи цих машин які б давали як найкращий ефект. Важливу роль в цьому відіграють лопатки, які забезпечують потрібну траєкторію і швидкість частинки у відносному русі. Достатньо вивчена в теоретичному плані робота розсіювальних апаратів із прямолінійними лопатками. Дослідження впливу форми криволінійної лопатки на кінематичні параметри руху частинки може

бути корисним при проектуванні відповідних робочих органів.

Аналіз останніх досліджень. Рух частинки вздовж прямолінійних лопаток горизонтального диска, що обертається навколо вертикальної осі, досить повно досліджено в працях [1-3]. Що стосується криволінійних лопаток, то в працях [1, 2] розглянуто лопатку, у якій профіль має форму логарифмічної спіралі. Такі лопатки (як прямолінійні, так і криволінійні) кріпляться ортогонально до диска і забезпечують рух частинки по ньому в горизонтальній площині. В момент сходу частинки із диска вектор її абсолютної швидкості паралельний площині диска. Однак розсіювання частинок відбувається ефективніше, коли вони при сході із робочого органу летять вгору під певним кутом до площини диска. Таке розсіювання забезпечують відцентрові конусні розсіювальні органи, у яких прямолінійні лопатки закріплені під певним кутом до площини диска. Теоретичне дослідження розгону мінеральних добрив у таких апаратах зроблено в праці [4], а в праці [5]

наведено узагальнену модель руху частинок по прямолінійній лопатці при різних кутах її установки як у вертикальній, так і у горизонтальній площині. З теоретичної точки зору видається цікавим дослідження руху частинки по криволінійній лопатці, коли кут підйому частинки зростає від нуля до заданої величини в момент сходження із лопатки.

Мета досліджень – порівняльний аналіз руху частинки по прямолінійній і криволінійній лопатках, які забезпечують заданий кут підйому частинки в момент її сходження із лопатки.

Результати досліджень. При обертанні диска із криволінійною лопаткою частинка здійснює складний рух: переносний за рахунок обертання диска і відносний вздовж лопатки. Для складання диференціальних рівнянь руху необхідно знайти вектор абсолютного прискорення, який включає три складові: прискорення у переносному русі, прискорення у відносному русі і прискорення Кориоліса. В праці [6] показано, що цей вектор зручно шукати в проекціях на орти супровідного тригранника кривої переносного руху, якою для обертального руху диска буде коло. На рис. 1,а вершина супровідного тригранника розташована в точці O , яка належить колу радіуса r – траєкторії переносного руху. Кут підйому α в точці O дорівнює нулю, однак по мірі підйому частинки по криволінійній лопатці під дією відцентрової сили він зростає і досягає кінцевого значення в точці B . Для прямолінійних лопаток він постійний і є кутом установки лопатки. Знайдемо вектор абсолютного прискорення частинки, яка рухається по криволінійній лопатці. Форму криволінійної лопатки задамо залежностями в полярній системі координат $\rho = \rho(\varphi)$, де ρ – радіус-вектор, φ – кут. На рис. 1,б супровідний тригранник показано так, що орт дотичної $\bar{\tau}$ проєціюється в точку. Параметричні рівняння криволінійного профілю лопатки в проєкціях на орти головної нормалі \bar{n} і бінормалі \bar{b} запишуться:

$$\rho_n = -\rho \cos \varphi; \quad \rho_b = \rho \sin \varphi. \quad (1)$$

Положення поточної точки A у векторному вигляді запишеться:

$$\bar{R}_A = \bar{r}_0 - \bar{n} \rho \cos \varphi + \bar{b} \rho \sin \varphi, \quad (2)$$

де \bar{r}_0 – радіус-вектор поточної точки на колі переносного руху. Абсолютну швидкість точки A можна знайти диференціюванням виразу (2) по часу t . Однак положення тригранника на кривій залежить від дугової координати s кола переносного руху, тому при диференціюванні (2) потрібно перейти від незалежної змінної t до дуги s :

$$\begin{aligned} \bar{v}_A &= \frac{d\bar{R}_A}{dt} = \frac{d\bar{R}_A}{ds} \frac{ds}{dt} = \\ &= v_0 \frac{d}{ds} (\bar{r}_0 - \bar{n} \rho \cos \varphi + \bar{b} \rho \sin \varphi), \end{aligned} \quad (3)$$

де v_0 – швидкість руху вершини тригранника точки O по колу.

Оскільки диференціювання виразу (3) відбувається по дуговій координаті s , то будемо вважати радіус-вектор ρ і кут φ функціями цього параметра: $\rho = \rho(s)$ і $\varphi = \varphi(s)$. Диференціювання виразу (3) в такому випадку знаходимо, як похідну добутку окремих функцій:

$$\begin{aligned} \bar{v}_A &= v_0 \frac{d\bar{R}_A}{ds} = \\ v_0 &\left[\frac{d\bar{r}_0}{ds} - \frac{d\bar{n}}{ds} \rho \cos \varphi - \bar{n} \frac{d}{ds} (\rho \cos \varphi) + \right. \\ &\left. + \frac{d\bar{b}}{ds} \rho \sin \varphi + \bar{b} \frac{d}{ds} (\rho \sin \varphi) \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

У виразі (4) похідна $d\bar{r}_0/ds = \bar{\tau}$, тобто це є одиничний орт дотичної. Решта похідних – $d\bar{n}/ds$ і $d\bar{b}/ds$ – є відомими формулами Френе, які мають кінематичну інтерпретацію [7]. Це основні формули диференціальної геометрії, у яких незалежною змінною служить дугова координата s (наводимо спрощений варіант для плоскої кривої):

$$\frac{d\bar{\tau}}{ds} = k\bar{n}; \quad \frac{d\bar{n}}{ds} = -k\bar{\tau}; \quad \frac{d\bar{b}}{ds} = 0, \quad (5)$$

де k – кривина кривої, яка задається натуральним рівнянням $k = k(s)$. Для нашого випадку (кола радіуса r) $k = r^{-1} = \text{const}$. При подальшому диференціюванні виразу (4) із врахуванням (5) і групуванням членів за напрямками ортів $\bar{\tau}$, \bar{n} , \bar{b} одержимо:

$$\bar{v}_A = v_0 \left[\bar{\tau} (1 + k\rho \cos \varphi) + \bar{n} (\rho \varphi' \sin \varphi - \rho' \cos \varphi) + \bar{b} (\rho' \sin \varphi + \rho \varphi' \cos \varphi) \right]. \quad (6)$$

Щоб одержати абсолютне прискорення W_A точки A , необхідно вираз абсолютної швидкості (6) продиференціювати по часу t . Аналогічно попередньому випадку переходимо до змінної s і диференціюємо із врахуванням формул (5). Після групування складових за напрямками ортів і спрощень остаточно отримуємо:

$$\bar{W}_A = v_0^2(\bar{\tau}W_\tau + \bar{n}W_n + \bar{b}W_b),$$

де

$$\begin{aligned} W_\tau &= 2k(\rho' \cos \varphi - \rho\varphi' \sin \varphi); \\ W_n &= -\rho'' \cos \varphi + 2\rho'\varphi' \sin \varphi + \\ &\quad + \rho\varphi'' \sin \varphi + \rho\varphi'^2 \cos \varphi + \\ &\quad + k(1 + k\rho \cos \varphi); \\ W_b &= \rho'' \sin \varphi + 2\rho'\varphi' \cos \varphi + \\ &\quad + \rho\varphi'' \cos \varphi - \rho\varphi'^2 \sin \varphi. \end{aligned} \quad (7)$$

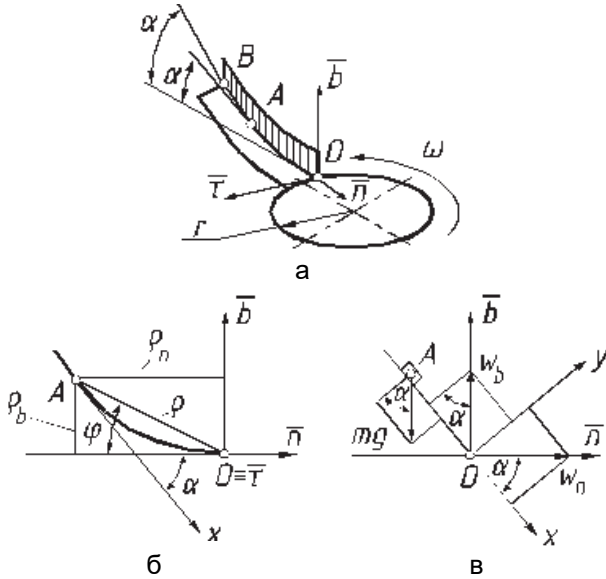


Рис. 1. До знаходження абсолютного прискорення матеріальної частинки при її русі по криволінійній лопатці під дією відцентрової сили:

а) криволінійна і вертикальна плоска лопатки в системі супровідного тригранника траєкторії переносного руху – кола радіуса r ;

б) проєкціювання точки A криволінійної лопатки на орти супровідного тригранника;

в) проєкціювання складових абсолютного прискорення та сили ваги mg частинки із ортів супровідного тригранника на дотичну до профілю лопатки та нормаль до неї

Оскільки рух частинки відбувається в сторону, протилежну напрямку дотичної Ax (рис. 1,б), то і диференціальне рівняння руху потрібно складати в проєкції на цю дотичну. Для цього кожен складову вектора абсолютного прискорення \bar{W} із ортів тригранника спроектуємо на дотичну (вісь Ox) і на напрям, перпендикулярний до неї (вісь Oy). На рис. 1,в показано вектор абсолютного прискорення \bar{W} в проєкціях на орти супровідного тригранника і на осі Ox і Oy , які є відповідно дотичною і нормаллю до лопатки. Встановимо між цими проєкціями взаємозв'язок, виходячи із того, що між координатними осями

обох систем існує кут α . Спроектуємо кожен із складових W_b і W_n на осі Ox і Oy і отримаємо за відомими формулами повороту осей:

$$\begin{aligned} W_x &= v_0^2(W_n \cos \alpha - W_b \sin \alpha); \\ W_y &= v_0^2(W_n \sin \alpha + W_b \cos \alpha). \end{aligned} \quad (8)$$

Диференціальне рівняння руху частинки в сторону, протилежну напрямку осі Ox , запишеться:

$$mW_x = mg \sin \alpha + F_\tau, \quad (9)$$

де m – маса частинки; $g = 9,81 \text{ м/с}^2$; F_τ – сила тертя.

Сила тертя F_τ включає в себе складові сили тертя по днищу криволінійної лопатки від проєкції на вісь Oy сили ваги частинки та сили, що відповідає прискоренню W_y , а також силу тертя по бічній поверхні вертикальної лопатки, яка відповідає прискоренню W_τ . Вважаючи, що коефіцієнт тертя f для криволінійної і вертикальної лопаток однаковий, рівняння (9) прийме вигляд:

$$mW_x = mg \sin \alpha + fmg \cos \alpha + fmW_y + fmv_0^2W_\tau. \quad (10)$$

Оскільки α – кут, який утворює дотична до профілю лопатки з ортом \bar{n} (рис.1,б), то $\text{tg} \alpha = \rho'_b / \rho'_n$. Диференціюючи (1) по дуговій координаті s , одержимо:

$$\begin{aligned} \rho'_n &= -\rho' \cos \varphi + \rho\varphi' \sin \varphi; \\ \rho'_b &= \rho' \sin \varphi + \rho\varphi' \cos \varphi. \end{aligned} \quad (11)$$

При переході від тангенса кута до синуса і косинуса із врахуванням (11) одержимо:

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{\rho' \sin \varphi + \rho\varphi' \cos \varphi}{\sqrt{\rho'^2 + \rho^2\varphi'^2}}; \\ \cos \alpha &= \frac{\rho' \cos \varphi - \rho\varphi' \sin \varphi}{\sqrt{\rho'^2 + \rho^2\varphi'^2}}. \end{aligned} \quad (12)$$

Скоротимо рівняння (10) на масу частинки m і підставимо в нього вирази (12) для кутів і для відповідних складових прискорення із (8) і (7). Після спрощень одержимо:

$$\begin{aligned} &\left(W_n - fW_b - 2fk\sqrt{\rho'^2 + \rho^2\varphi'^2} - \frac{gf}{v_0^2} \right) \times \\ &\quad \times (\rho' \cos \varphi - \rho\varphi' \sin \varphi) = \\ &= \left(W_b + fW_n + \frac{g}{v_0^2} \right) (\rho' \sin \varphi + \rho\varphi' \cos \varphi), \end{aligned} \quad (13)$$

де W_b і W_n є функціями дугової координати s і наведені в (7).

Диференціальне рівняння (13) руху частинки по криволінійній лопатці під дією відцентрової сили носить загальний характер і не може бути розв'язане, оскільки до нього входять дві невідомі функції: $\rho = \rho(s)$ і $\varphi = \varphi(s)$. Щоб перейти до однієї функції потрібно задатися формою лопатки, тобто встановити залежність між ρ і φ або ж задати інші додаткові умови. Зокрема, при $\varphi = \text{const}$ $\varphi' = \varphi'' = 0$ і згідно із (12) $\varphi = \alpha$. Цьому випадку відповідає прямолінійна лопатка, встановлена під постійним кутом α до площини диска. Рівняння (13) значно спрощується і приймає вигляд (із врахуванням, що $v_0 = \omega/k$):

$$\rho'' + 2fk\rho' \cos \alpha - \rho k^2 \cos \alpha (\cos \alpha - f \sin \alpha) = k(\cos \alpha - f \sin \alpha) - \frac{gk^2}{\omega^2} (\sin \alpha + f \cos \alpha). \quad (14)$$

Його розв'язком буде:

$$\rho = c_1 e^{-sk \cos \alpha (f+B)} + c_2 e^{-sk \cos \alpha (f-B)} - A,$$

де

$$A = \frac{1}{\cos \alpha} \left[\frac{1}{k} - \frac{g(f + tg\alpha)}{\omega^2(1 - f tg\alpha)} \right]; \quad (15)$$

$$B = \sqrt{f^2 - f tg\alpha + 1},$$

де c_1, c_2 – постійні інтегрування.

Оскільки кут $\alpha = \text{const}$ і лопатка в даному випадку прямолінійна, то вираз (15) є залежністю шляху руху частинки по лопатці від дугової координати s – довжини дуги кола радіуса $r = 1/k$. Однак нас цікавить не шлях, а відносна швидкість руху частинки по лопатці. Для цього перейдемо у рівнянні (15) від дугової координати s до нової змінної – часу t , між якими існує зв'язок $s = \omega t/k$ і продиференціюємо його по параметру t . Після цього знаходимо постійні інтегрування c_1 і c_2 за умови, що в момент часу $t = 0$ шлях і швидкість частинки теж дорівнюють нулю:

$$c_1 = A \frac{B-f}{2B}; \quad c_2 = A \frac{B+f}{2B}. \quad (16)$$

Остаточо вирази для знаходження шляху $\rho = \rho(t)$ і відносної швидкості $v_r = v_r(t)$ руху частинки по прямолінійній лопатці запишуться:

$$\rho = A \frac{B-f}{2B} e^{-\omega t \cos \alpha (f+B)} + A \frac{B+f}{2B} e^{-\omega t \cos \alpha (f-B)} - A;$$

$$v_r = \frac{d\rho}{dt} = A \frac{f^2 - B^2}{2B} \omega \cos \alpha \times \left[e^{-\omega t \cos \alpha (f+B)} - e^{-\omega t \cos \alpha (f-B)} \right]. \quad (17)$$

Вирази (17) повністю узгоджуються із результатами, отриманими у (4) та (5).

Розглянемо криволінійну лопатку із змінним кутом α підйому частинки. Найбільш простою формою криволінійної лопатки, яка спрощує рівняння (13), буде коло радіусом $\rho = R = \text{const}$. Тоді $\rho'' = \rho' = 0$ і рівняння (13) із врахуванням (7) після спрощень приймає вигляд:

$$\varphi'' + \varphi' f' (\varphi' - 2k \sin \varphi) = \frac{k}{R} \left[\frac{gk}{\omega^2} (f \sin \varphi - \cos \varphi) - (Rk \cos \varphi + 1)(f \cos \varphi + \sin \varphi) \right]. \quad (18)$$

Диференціальне рівняння (18) не може бути проінтегроване до кінцевого вигляду в елементарних функціях подібно до рівняння (14), тому для його розв'язання скористаємося чисельними методами пакету *SimuLink* програмного середовища *MatLab*. При цьому поставимо задачу: порівняти відносну швидкість частинки в момент сходження із прямолінійної і криволінійної лопаток із заданим кутом підйому α при рівних інших умовах. Для прямолінійної лопатки цей кут буде постійним, а для криволінійної у формі дуги кола – змінним. Знайдемо межі зміни кута φ , щоб в кінцевій точці B криволінійної лопатки кут α відповідав заданому (рис. 2,а). Довжина криволінійної лопатки AB повинна бути рівною довжині прямолінійної, яку позначимо через L (в рівняннях (17) це є змінний параметр, позначений через ρ). Оскільки довжина дуги $L_{AB} = R\varphi$, то $\varphi = L/R$. З іншої сторони величина радіуса R повинна бути такою, щоб при заданій довжині L лопатки AB забезпечувався заданий кут α підйому частинки в момент сходу її із лопатки в точці B . Кути α і φ рівні, як кути із взаємно перпендикулярними сторонами, тому можемо записати:

$$R = \frac{L}{\varphi} = \frac{L}{\alpha}. \quad (19)$$

При заданій, наприклад, довжині лопатки $L = 0,25$ м і куту $\alpha = 30^\circ$ за формулою (19) знаходимо: $R = 0,4775$ м. При інтегруванні рівняння (18) кут φ повинен змінюватися в межах 30° (заданий кут підйому в точці B), але оскільки його відлік іде від орта \bar{n} , то $\varphi = -90^\circ \dots -60^\circ$.

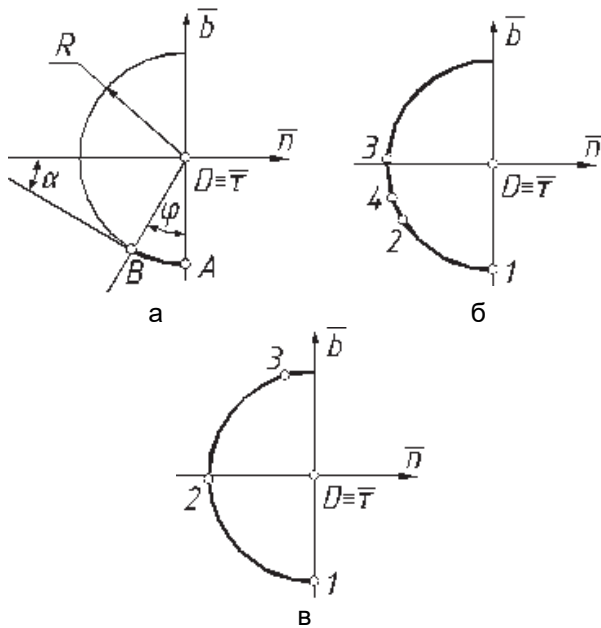


Рис. 2. Криволінійна лопатка, виконана у формі дуги кола:

- а) лопатка АВ, яка забезпечує заданий кут підйому α при сходженні частинки;
 б) до дослідження руху частинки без обмежень довжини лопатки за наявності тертя;
 в) до дослідження руху частинки без обмежень довжини лопатки за відсутності тертя

При інтегруванні рівнянь (14) для прямолінійної лопатки та (18) для криволінійної залежності шляху та відносної швидкості руху частинки одержуємо у функції дугової координати s . Оскільки довжини лопаток однакові, то для порівняння відносної швидкості руху зручно виключити параметр s і одержати графіки розподілу швидкості по довжині L лопаток. На рис. 3,а показано ці графіки для однакових умов роботи. Із них видно, що частинка по криволінійній лопатці дещо швидше розганяється, ніж по прямолінійній. При кутовій швидкості обертання диска $\omega = 25$ рад/с ці швидкості в момент сходження частинки із лопаток відповідно становлять 4,5 м/с і 4,1 м/с.

Щоб оцінити ці цифри, було знайдено кутову швидкість обертання диска із криволінійною лопаткою, для якої відносна швидкість частинки при її сходженні із лопатки була рівною аналогічній швидкості для прямолінійної лопатки. Вона становить 22,7 рад/с, тобто за рахунок криволінійної лопатки можна зменшити кутову швидкість обертання диска для досягнення такої ж відносної швидкості частинки при її сходженні, як і для прямолінійної лопатки. Щоправда, абсолютна швидкість при цьому дещо зменшиться, а саме вона є визначальною при розсіюванні мінеральних добрив. Тому

зробимо такий же порівняльний аналіз лопаток за абсолютною швидкістю руху частинки. Згідно (6) проекції та модуль абсолютної швидкості частинки для прямолінійної та криволінійної лопаток відповідно запишуться:

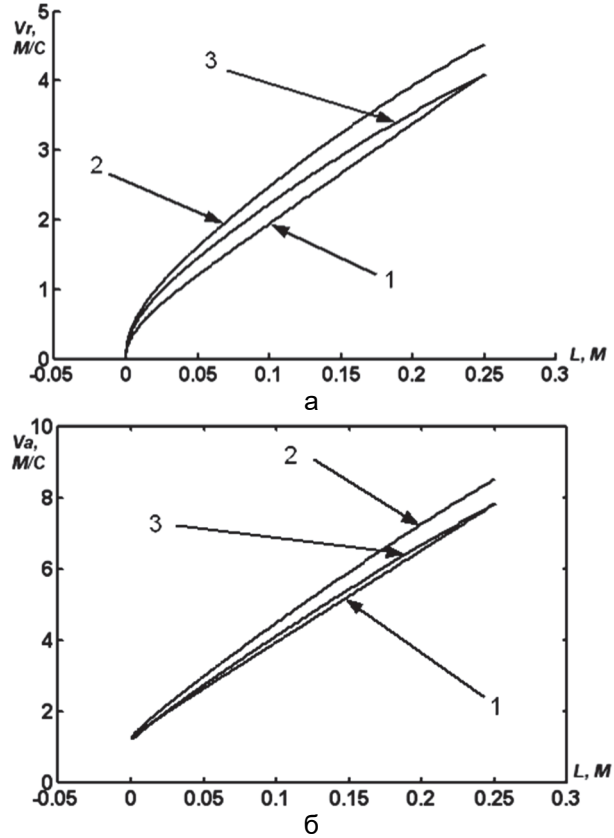


Рис. 3. Графіки зміни відносної а) і абсолютної б) швидкостей руху частинки в залежності від шляху (довжини лопатки) L :

- а) 1 – графік відносної швидкості руху частинки по прямолінійній лопатці при $f = 0,3$; $\omega = 25$ рад/с; 2 – те ж саме по криволінійній лопатці; 3 – те ж саме по криволінійній лопатці, але при $\omega = 22,7$ рад/с;
 б) 1 – графік абсолютної швидкості руху частинки по прямолінійній лопатці при $f = 0,3$; $\omega = 25$ рад/с; 2 – те ж саме по криволінійній лопатці; 3 – те ж саме по криволінійній лопатці, але при $\omega = 23$ рад/с

$$\begin{aligned}
 \bar{v}_A &= v_0 [\bar{\tau} (1 + k\rho \cos \alpha) - \\
 &\quad - \bar{n} \rho' \cos \alpha + \bar{b} \rho' \sin \alpha]; \\
 v_A &= v_0 \sqrt{(1 + k\rho \cos \alpha)^2 + \rho'^2}. \\
 \bar{v}_A &= v_0 [\bar{\tau} (1 + kR \cos \varphi) + \\
 &\quad + \bar{n} R \varphi' \sin \varphi + \bar{b} R \varphi' \cos \varphi]; \\
 v_A &= v_0 \sqrt{(1 + kR \cos \varphi)^2 + R^2 \varphi'^2}.
 \end{aligned} \tag{20}$$

На рис. 3,б за формулами (20), (21) побудовані графіки зміни абсолютної швидкості частинки. При кутовій швидкості обертання диска $\omega = 25$ рад/с абсолютна швидкість частинки в момент сходження із лопатки становить 7,85 м/с для прямолінійної лопатки і 8,52 м/с для криволінійної.

Якщо оцінити у відсотках зростання відносної і абсолютної швидкостей частинки при заміні прямолінійних лопаток на криволінійні, то вони відповідно становлять 9,8% і 8,5%. Отже, зростання абсолютної швидкості відбувається повільніше. В зв'язку із цим кутову швидкість обертання диска із криволінійними лопатками потрібно збільшити від 22,7 рад/с до 23 рад/с, щоб абсолютні швидкості в момент сходження частинки були однакові для обох видів лопаток. Таким чином, заміна прямолінійних лопаток на криволінійні дозволяє отримати однаковий ефект при зменшенні кутової швидкості обертання диска від 25 рад/с до 23 рад/с. Це зменшення становить 8 відсотків і, очевидно, позитивно впливає на енергоємність процесу.

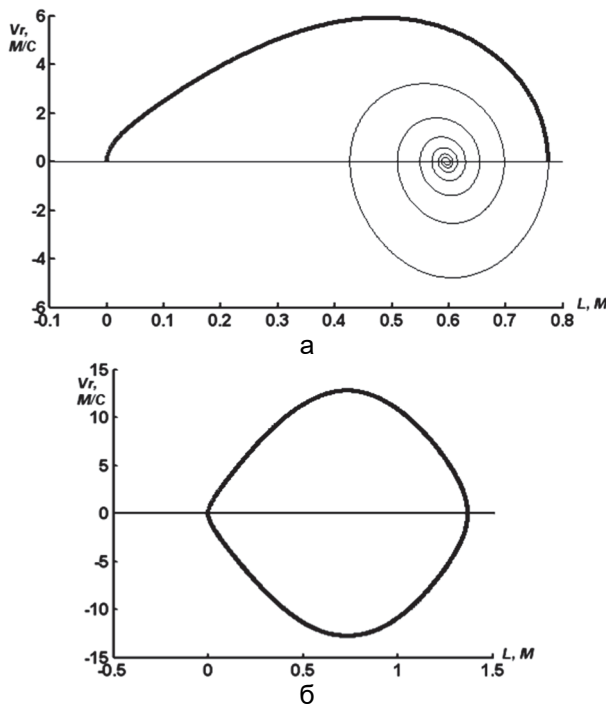


Рис. 4. Графіки зміни відносної швидкості руху частинки в залежності від шляху (довжини лопатки) L при $\omega = 25$ рад/с: а) $f = 0,3$; б) $f = 0$

З теоретичної точки зору цікаво дослідити рух частинки по криволінійній лопатці, коли її довжина не обмежена. На рис. 4,а показано графік зміни відносної швидкості при $\omega = 25$ рад/с і $f = 0,3$. Із нього видно, що части-

нка досягає максимальної швидкості $v_r = 5,9$ м/с при $L = 0,48$ м або ж за формулою (19) при $\varphi = -32^\circ$. На рис. 2,б це положення на лопатці позначено цифрою 2. Далі швидкість зменшується і в точці 3 при $\varphi = 3^\circ$ стає рівною нулю. Відповідна ділянка графіка зміни швидкості частинки від точки 1 до точки 3 (рис. 2,б) на рис. 4,а показана потовщеною лінією. Далі швидкість руху частинки зростає, але вже із знаком «мінус», тобто вона рухається в протилежну сторону, поки не досягне нуля, а тоді знову починає зростати. Це означає коливання частинки по лопатці. На графіку (рис. 4,а) цей процес показано тонкою лінією у вигляді спіралі (фазового портрета), яка, закручуючись, наближається до точки із значенням $v_r = 0$ при $L = 0,6$ м, тобто при $\varphi = -18^\circ$. На рис. 2,б ця точка (точка зупинки частинки) позначена цифрою 4. Дослідження показали, що при збільшенні кутової швидкості точка 4 може дещо піднятися вгору, але ні при якому її зростанні не досягне положення на орті \bar{n} ($\varphi = 0^\circ$). При зменшенні коефіцієнта тертя амплітуда коливань зростає і протягом більш тривалого часу точка зупиняється в положенні 4. На рис. 4,б показано фазовий портрет коливань точки за відсутності тертя ($f = 0$). З нього видно, що в такому випадку коливання тривають нескінченно довго між точками 1 ($\varphi = -90^\circ$) і 3 ($\varphi = 74^\circ$) – рис. 2,в. В точці 2 ($\varphi = -2^\circ$) частинка набуває максимальної швидкості $v_r = 12,8$ м/с при русі в одну і протилежну сторону. При таких коливаннях частинка не досягає верхньої точки ($\varphi = 90^\circ$) через що графік на рис. 4,б має тільки одну вісь симетрії.

Висновки. Порівняльний аналіз руху частинки по прямолінійній і криволінійній лопатках відцентрового розсіювального апарату показав наступне. Заміна прямолінійної лопатки на криволінійну здійснювалася при рівних інших умовах (кутовій швидкості обертання диска $\omega = 25$ рад/с, коефіцієнтові тертя $f = 0,3$, куту підйому частинки в момент сходження із лопатки $\alpha = 30^\circ$, довжині лопатки $L = 0,25$ м). Теоретичне дослідження показало, що частинка по криволінійній лопатці у вигляді дуги кола зазначеної довжини розганяється швидше, ніж по прямолінійній. Її абсолютна швидкість в момент сходження із лопатки становила відповідно 8,52 м/с і 7,85 м/с. Таким чином, заміна прямолінійних лопаток на криволінійні дозволяє досягти однакового ефекту (абсолютної швидкості частинки в

момент сходження із лопатки) при зменшенні кутової швидкості обертання диска від 25 рад/с до 23 рад/с, тобто зменшення становить 8%.

При необмеженій довжині лопатки у вигляді дуги кола частинка здійснює коливальний рух по ній вгору-вниз із затуханням аж до повної зупинки за наявності тертя і тривають нескінченно за відсутності тертя.

Література

1. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин / П.М. Василенко. – К.: УАСХН, 1960. – 283 с.
2. Заика П.М. Избранные задачи земледельческой механики / П.М. Заика. – К.: Изд-во УСХА, 1992. – 507 с.
3. Адамчук В.В. Теоретичне дослідження розгону мінеральних добрив розсіювальним органом / В.В. Адамчук // Механізація і енергетика сільського господарства. IV міжнародна науково-

технічна конференція «Motrol 2003». – Том 6. – К.: НАУ, 2003. – С. 19 - 31.

4. Адамчук В.В. Теоретичне дослідження розгону мінеральних добрив конусним розсіювальним органом / В.В. Адамчук // Вісник Харківського держ. техн. університету сільського господарства. – Харків, 2003. – Вип. 21. – С. 290 - 296.

5. Адамчук В.В. Дослідження загального випадку розгону мінеральних добрив відцентровим розсіювальним органом / В.В. Адамчук // Вісник аграрної науки. – К., 2003. – № 12. – С. 51 - 57.

6. Лінник М.К. Тригранник і формули Френе в задачах кінематики і динаміки матеріальної частинки у складному русі / М.К. Лінник, Д.Г. Войтюк, С.Ф. Пилипака // Науковий вісник Національного аграрного університету. – К.: НАУ, 2005. – Вип.80. – Частина I. – С. 271 - 287.

7. Пилипака С.Ф. Кінематична інтерпретація руху супровідних тригранників Френе і Дарбу через внутрішні параметри кривих // Науковий вісник Національного аграрного університету. – К.: НАУ, 1998. – Вип. 4. – С. 143 -146.

Анотація

Теоретическое исследование движения материальных частиц в центробежных аппаратах из криволинейными лопатками и переменным углом их подъема

А.В. Чепижный, С.Ф. Пилипака

При проектировании центробежных рассеивающих аппаратов минеральных удобрений достаточно важно найти параметры и режимы работы этих машин, которые бы давали лучший эффект при рассеянии удобрений. Важную роль в этом играют лопатки, которые обеспечивают нужную траекторию и скорость частицы в относительном движении. На сегодняшний момент достаточно изучена в теоретическом плане работа рассеивающих аппаратов с прямолинейными лопатками. Исследование влияния формы криволинейной лопатки на кинематические параметры движения частицы может быть полезным при проектировании соответствующих рабочих органов. Такие лопатки (как прямолинейные, так и криволинейные) крепятся ортогонально к диску и обеспечивают движение частицы по нему в горизонтальной плоскости. В момент схода частицы с диска вектор ее абсолютной скорости параллелен плоскости диска. Однако рассеяние частиц происходит эффективнее, когда они при сходе с рабочего органа летят вверх под определенным углом к плоскости диска. Такое рассеяние обеспечивают центробежные конусные рассеивающие органы, в которых прямолинейные лопатки закреплены под определенным углом к плоскости диска. С теоретической точки зрения представляется интересным исследование движения частицы по криволинейной лопатке, когда угол подъема частицы возрастает от нуля до заданной величины в момент восхождения с лопатки.

Исходя из этого, в статье выведено обобщенные дифференциальные уравнения движения частицы в центробежных аппаратах вдоль криволинейной лопатки с изменяемым углом подъема. Также сделан сравнительный анализ кинематических параметров движения для прямолинейных и криволинейных лопаток, из которого следует, что замена прямолинейных лопаток на криволинейные позволяет достичь одинакового эффекта (абсолютной скорости частицы в момент восхождения с лопатки). При неограниченной длине лопатки в виде дуги окружности частица совершает колебательное движение по ней вверх-вниз с затуханием до полной остановки при наличии трения и продолжаются бесконечно при отсутствии трения.

Ключевые слова: лопатка, материальная точка, центробежный аппарат, угол подъема, параметры, колебательное движение, рассеяние, траектория, проекция.

Abstract

Theoretical Research of Material Corpuscles Traffic in Centrifugal Apparatuses with Curvilinear Blades and a Variable Angle of Ascent

A.V. Chepyzhniy, S.F. Pylypaka

When designing centrifugal scattering fertilizing devices, it is very important to find the parameters and modes of operation of these machines, which would give the best effect when fertilizing. An important role is played by blades that provide the desired trajectory and velocity of relative motion. Nowadays scattering devices working with straight blades in theoretical terms are studied well enough. The influence of shape curved blade on kinematic parameters of a particle can be useful in the design of relevant working bodies. Such blades (both straight and curved) are mounted orthogonally to the disc and provide the motion of a particle on it in the horizontal plane. At the time when particles leave the disc a vector of its absolute velocity is parallel to the plane of the disc. However scattering particles is more effective when they are leaving the working body flying upwards at an angle to the plane of the disk. Such scattering cone provides centrifugal scattering bodies that have straight blades which are fixed at an angle to the plane of the disc. From a theoretical point of view it is interesting to study of a particle motion on a curved blade when the angle of ascent particles increases from zero to a given value at the time of the ascent of the blade.

Based on this, the article establishes generalized differential equations of motion of a particle in a centrifugal devices along the curved blades with a variable angle of ascent. Also, a comparative analysis of kinematic parameters of motion for straight and curved blades, from which it follows that the replacement blades on straight, curved achieves the same effect (absolute particle velocity at the time of the ascent of the blade) has been made. With an unlimited length of the blade in a circle arc, a particle vibrates on it up and down with attenuation up to a full stop if tensions continue indefinitely and without friction.

Keywords: *shovel, a material point, a centrifugal machine, angle of ascent parameters, oscillating motion, scattering trajectory projection.*

Представлено від редакції: О.І. Завгородній / Presented on editorial: O.I. Zavhorodnii

Рецензент: М.В. Бакум / Reviewer: M.V. Bakum

Подано до редакції / Received: 01.06.2016