

УДК 534.1:539.3

## Коливання прямокутної пластини на однобічній пружній основі при імпульсному навантаженні

В.П. Ольшанський, О.І. Спольнік, В.В. Бурлака, М.В. Сліпченко

*Харківський національний технічний університет сільського господарства  
імені Петра Василенка (м. Харків, Україна)*

Розглянуто коливання прямокутної пластини з шарнірним опиранням країв, яка підкріплена однобічною пружною основою та піддана силовому імпульсному навантаженню. Вибрана прямокутна форма імпульсу в часі. При дії зовнішнього навантаження лінійно-пружна основа чинить опір стисканню, але не сприймає розстискання, внаслідок чого розвантажена пластина відривається від основи. Дослідження показало, що амплітуда прогину пластини після відриву від основи може бути більша ніж амплітуда переміщення в напрямі дії імпульсу. Це співвідношення стосується і згинальних напружень в пластині, що називають динамічним ефектом несиметрії пружної характеристики системи. Встановлено умови, коли має місце вказаний ефект. Умови пов'язані з пружними та масовими характеристиками коливальної системи і з тривалістю дії імпульсу, але в них не входить величина прикладеного тиску до пластини, що є наслідком кусково-лінійної силової характеристики системи. Рух пластини поділено на два етапи. На першому з них пластина знаходиться в контакті з основою, а на другому етапі цей контакт відсутній і непідкріплена пластина здійснює вільний коливальний рух. Побудовано аналітичні розв'язки рівняння динамічного деформування пластини на обох етапах. Це стало можливим завдяки вибору спеціального розподілу тиску по поверхні пластини. Розподіл вибрано таким, щоб на першому етапі руху деформована серединна поверхня пластини була такою як форма вільних коливань на першій частоті. Проведено припасування аналітичних розв'язків, внаслідок чого отримано компактні формули для розрахунку зміни прогинів і згинальних напружень у часі. Виведено також формулу відношення амплітуд прогинів пластини в обидва боки від положення статичної рівноваги. З'ясовано умови, коли це відношення більше одиниці, що відповідає прояву динамічного ефекту несиметричної пружної характеристики системи. Наведено приклади розрахунків з використанням аналітичних розв'язків і проведенням числового інтегрування диференціального рівняння руху на комп'ютері. Показано повну відповідність числових результатів, до яких призводять вказані методи.

**Ключові слова:** *прямокутна пластина, однобічна пружна основа, прямокутний силовий імпульс, динамічний ефект, аналітичні розв'язки.*

**Вступ.** Пластини є широко поширеними елементами конструкцій. Вони використовуються як в будівництві, так і в машинобудуванні, а також широко представлені в конструкціях сільськогосподарських машин. Пластини можуть виконувати роль як частини облицювання, так і являться силовим елементом конструкції, а також бути робочим органом машин. При своїй роботі вони можуть сприймати імпульсні навантаження, що викликають коливання пластин. Дослідження цих коливань є актуальною задачею для забезпечення працездатності пластин.

**Аналіз літературних даних та постановка проблеми.** У зв'язку з поширенням тонкостінних пластин в техніці, їх динаміка висвітлена в багатьох публікаціях. Це стосується і поведінки пластин в умовах імпульсних та ударних навантажень. Із монографічних видань, де висвітлено ці питання, відзначимо [1-5]. Корисну інформацію про нестационарні коливання пластин на пружній основі при дії імпульсних та рухомих наванта-

жень можна також знайти в статтях [6-8], де розглядали пластинки круглої та прямокутної форм. Але, незважаючи на велику кількість досліджень, залишаються невивченими особливості руху імпульсно-навантажених пластин, коли відбувається порушення їх контакту з основою. У цьому випадку динамічна задача стає суттєво нелінійною, а її аналітичне розв'язання при загальному розподілі тиску стає практично неможливим. Виняток становлять лише окремі варіанти розподілу імпульсу по поверхні пластини, один з яких використано в цій роботі.

**Метою** статті є вивчення особливостей імпульсного деформування прямокутної пластини на однобічній пружній основі, як двовимірної континуальної системи з несиметричною пружною характеристикою.

**Викладення основного матеріалу.** Вертикальні прогини пластини  $z(x, y, t)$  в прямокутній системі координат  $xOy$ , описуємо диференціальним рівнянням:

$$D \left( \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} \right) + \frac{c}{2} [1 + \text{sign}(z)]z + \rho h \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \quad (1)$$

$$= q \sin \frac{\pi x}{l_1} \sin \frac{\pi y}{l_2} [H(t) - H(t - t_1)],$$

у якому  $D = Eh^3/12(1 - \nu^2)$  – згинальна жорсткість пластини;  $E, \nu$  – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона матеріалу пластини з питомою масою  $\rho$ ;  $h$  – товщина пластини;  $l_1, l_2$  – розміри пластини в плані;  $c$  – коефіцієнт пружності основи;  $q$  – максимальний тиск на пластину;  $t$  – час;  $t_1$  – тривалість дії імпульсу;  $H(t), H(t - t_1)$  – одиничні функції Хевісайда.

Імпульс вважаємо спрямованим донизу. Тому прогини донизу додатні, а доверху – від’ємні.

Припускаємо, що краї пластини шарнірно обіперті, коли:

$$z(0, y, t) = z(l_1, y, t) = z(x, 0, t) = z(x, l_2, t) = 0;$$

$$\frac{\partial^2 z(x, y, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = \frac{\partial^2 z(x, y, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=l_1} =$$

$$= \frac{\partial^2 z(x, y, t)}{\partial y^2} \Big|_{y=0} = \frac{\partial^2 z(x, y, t)}{\partial y^2} \Big|_{y=l_2}.$$

За цих крайових умов розв’язок рівняння (1) подаємо добутком:

$$z(x, y, t) = B(t) \sin \frac{\pi x}{l_1} \sin \frac{\pi y}{l_2}. \quad (2)$$

Підстановка (2) в (1) дає диференціальне рівняння для визначення  $B(t)$ :

$$\frac{d^2 B}{dt^2} + [K_1^2 + K_2^2 \text{sign}(B)]B =$$

$$= \frac{q}{\rho h} [H(t) - H(t - t_1)], \quad (3)$$

Тут

$$K_1^2 = \frac{1}{\rho h} \left[ D \left( \frac{\pi^2}{l_1^2} + \frac{\pi^2}{l_2^2} \right) + \frac{c}{2} \right];$$

$$K_2^2 = \frac{c}{2\rho h}.$$

Вважаємо, що до навантаження пластини знаходилась в стані спокою, тому:

$$B(0) = 0; \quad \frac{dB}{dt} \Big|_{t=0} = 0.$$

За цих початкових умов розв’язок рівняння (3) має вигляд:

$$B(t) =$$

$$= \begin{cases} z_c(1 - \cos(\Omega t)), & t \leq t_1, \\ 2z_c \sin \frac{\Omega t_1}{2} \sin \left( \Omega \left( t - \frac{t_1}{2} \right) \right), & \text{при } t > t_1, \end{cases} \quad (4)$$

причому  $\Omega = \sqrt{K_1^2 + K_2^2}$ ;  $z_c = q / \left( D \left( \frac{\pi^2}{l_1^2} + \frac{\pi^2}{l_2^2} \right) + c \right)$  – статичний прогин центру пластини, спричинений тиском  $q(x, y) = q \sin(\pi x/l_1) \sin(\pi y/l_2)$ ;  $\Omega$  – частота вільних коливань підкріпленої пластинки.

Розглянемо спочатку дію імпульсу невеликої тривалості, коли  $t_1 \in (0; \pi/\Omega)$ . При такому навантаженні розв’язок (4) зберігає чинність на проміжку  $t_1 \in (0; t_*)$ , де:

$$t_* = \frac{\pi}{\Omega} + \frac{t_1}{2}.$$

Для вказаних  $t$  функції  $B(t)$  і  $z(x, y, t)$  позитивні. При  $t = t_*$ , згідно з (4):

$$B(t_*) = 0; \quad \frac{dB}{dt} \Big|_{t=t_*} = -v_0 = -2z_c \Omega \sin \frac{\Omega t_1}{2}. \quad (5)$$

У відповідності з (2) і (4) амплітуда прогину центру пластини вниз  $a_0(t_1)$  становить:

$$a_0(t_1) = 2z_c \Omega \sin \frac{\Omega t_1}{2} \quad (6)$$

Цей екстремум досягається при:

$$t = t_e = \frac{\pi}{2\Omega} + \frac{t_1}{2}.$$

З моменту часу  $t > t_*$  пластинка починає рухатися вгору. Вона відривається від основи і має від’ємні прогини. Вони визначаються однорідним диференціальним рівнянням:

$$D \left( \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} \right) + \rho h \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0, \quad (7)$$

бо для прийнятого  $t_1$  виконується нерівність  $t > t_* > t_1$ .

Підстановкою (2) в (7) одержуємо:

$$\frac{d^2 B}{dt^2} + \Omega_*^2 B = 0, \quad (8)$$

причому  $\Omega_* = \sqrt{K_1^2 - K_2^2}$  – частота вільних коливань невідкріпленої пластинки.

Розв’язок рівняння (8), що задовольняє умовам (5), має вигляд:

$$B(t) = -2z_c \frac{\Omega}{\Omega_*} \sin \left( \frac{\Omega t_1}{2} \right) \cdot \sin(\Omega_* (t - t_*)). \quad (9)$$

У відповідності з (9) максимальне відхилення пластини вгору досягається при:

$$t = t_m = \frac{\pi}{2\Omega_*} + t_*$$

і його амплітуда  $a_1(t_1)$  дорівнює:

$$a_1(t_1) = 2z_c \frac{\Omega}{\Omega_*} \sin \left( \frac{\Omega t_1}{2} \right). \quad (10)$$

Таким чином, згідно з (6) і (10), відношення амплітуд прогинів становить:

$$\frac{a_1(t_1)}{a_0(t_1)} = \frac{\Omega}{\Omega_*} = \text{const} > 1.$$

Відношення не залежить від  $t_1 \in (0; \pi/\Omega)$  і завжди більше одиниці, бо  $\Omega_* < \Omega$ . Отже для розглянутих  $t_1$  завжди проявляється динамічний ефект несиметрії пружної характеристики системи.

Розглянемо далі дію імпульсу більшої тривалості, коли  $t_1 \in (\pi/\Omega; 2\pi/\Omega)$ . У цьому випадку амплітуда прогину центру пластини вниз наступна:

$$a_0(t_1) = 2z_c.$$

Вона настає при  $t = \pi/\Omega$ .

Амплітуда прогину центру пластини вгору, як і раніше, визначається виразом (10). Тому відношення амплітуд становить:

$$\frac{a_1(t_1)}{a_0(t_1)} = \frac{\Omega}{\Omega_*} \sin\left(\frac{\Omega t_1}{2}\right).$$

Воно дає можливість знайти граничне значення  $t_1 = t_r$ , починаючи з якого відношення амплітуд не перевищує одиницю. Для цього треба розв'язати рівняння:

$$\sin \frac{\Omega t_r}{2} = \frac{\Omega_*}{\Omega} \quad (11)$$

Розв'язок рівняння (11) подається виразом:

$$t_r = \frac{2}{\Omega} \left( \pi - \arcsin \frac{\Omega_*}{\Omega} \right) > \frac{\pi}{\Omega}.$$

Таким чином, динамічний ефект несиметрії пружної характеристики системи проявляється при  $t_1 \in (0; t_r)$  і не проявляється при  $t_1 \in (t_r; 2\pi/\Omega)$ . Якщо  $t_1 = 2\pi/\Omega$ , то  $a_1(t_1) = 0$  і в ході руху центр пластини не має від'ємних прогинів.

Одержані висновки можна поширити і на більші тривалості дії імпульсу. Виведені формули будуть зберігати чинність, якщо в них замість  $t_1$  підставити  $t_1 - 2\pi n/\Omega$ , а замість  $t$  підставити  $t - 2\pi n/\Omega$ , де  $n = 0, 1, 2, \dots$  Це відповідає дослідженню руху на інтервалі  $t \in (2\pi n/\Omega; 2\pi(n+1)/\Omega)$ , при тривалостях імпульсу  $t_1 \in (2\pi n/\Omega; 2\pi(n+1)/\Omega)$ . Отже динамічний ефект може проявлятися і не при малих тривалостях імпульсу.

Виявлені закономірності стосуються не тільки прогинів в пластині, а і згинальних моментів та згинальних напружень. Із теорії пластин відомо, що максимальні згинаючі напруження  $\sigma_x$  і  $\sigma_y$  зв'язані зі згинальними моментами  $M_x$  і  $M_y$  виразами:

$$\sigma_x = \frac{2}{h} M_x, \quad \sigma_y = \frac{2}{h} M_y,$$

де

$$M_x = D \left( \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right), \quad M_y = D \left( \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right).$$

Тому, враховуючи (2), для розрахунку максимальних напружень в центрі пластини маємо співвідношення:

$$\sigma_x = \frac{Eh^2\pi^2}{6(1-\nu^2)} \left( \frac{1}{l_1^2} + \frac{\nu}{l_2^2} \right) B(t);$$

$$\sigma_y = \frac{Eh^2\pi^2}{6(1-\nu^2)} \left( \frac{1}{l_2^2} + \frac{\nu}{l_1^2} \right) B(t).$$

Ці напруження лиш множниками відрізняються від прогинів центру пластини  $B(t)$ , а тому мають тіж особливості, що й прогини.

Приклад. Для проведення розрахунків приймаємо сталеву пластину в якій  $E = 2,1 \cdot 10^{11}$  Па;  $\nu = 0,3$ ;  $\rho = 7,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $h = 0,007$  м;  $l_1 = 2$  м;  $l_2 = 1$  м. Коефіцієнт жорсткості основи  $c = 10^6$  Н/м<sup>3</sup>. Максимальний тиск  $q = 4 \cdot 10^3$  Па. Вказаним числовим даним відповідає:  $\Omega = 191,578$  с<sup>-1</sup>;  $\Omega_* = 135,600$  с<sup>-1</sup>;  $z_c = 0,002$  м;  $t_r = 0,0246$  с. Результати обчислень амплітудних прогинів центру пластини для різних  $t_1$  записано в табл. 1.

Таблиця 1. Значення  $a_0(t_1)$  і  $a_1(t_1)$  при різних  $t_1$

$10^2 t_1, \text{с}$	$10^3 a_0, \text{м}$	$10^3 a_1, \text{м}$	$10^2 t_e, \text{с}$	$10^2 t_m, \text{с}$
1,0	3,27	4,62	1,320	3,298
1,4	3,89	5,50	1,520	3,498
2,0	4,00	5,32	1,640	3,798
2,5	4,00	3,84	1,640	4,048
3,0	4,00	1,50	1,640	4,298

В цій таблиці при  $t < t_r$ :  $a_1 > a_0$ , а при  $t > t_r$ :  $a_1 < a_0$ . Раніше такі закономірності були виявлені в [9, 10] для нелінійної системи з одним ступенем вільності.

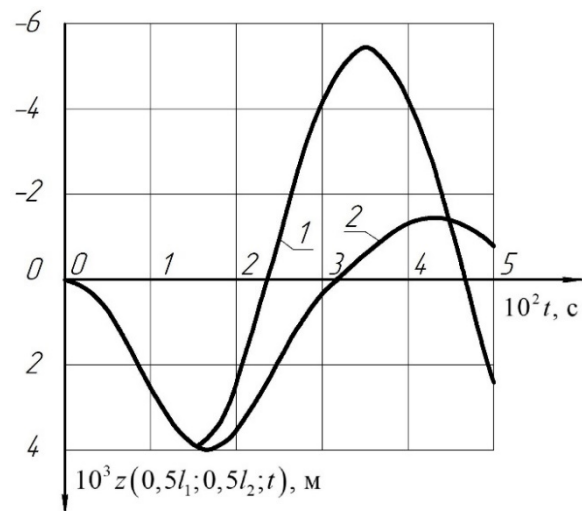


Рис. 1. Прогини середини пластини при різних  $t_1$ : 1 –  $t_1 = 0,014$  с; 2 –  $t_1 = 0,03$  с

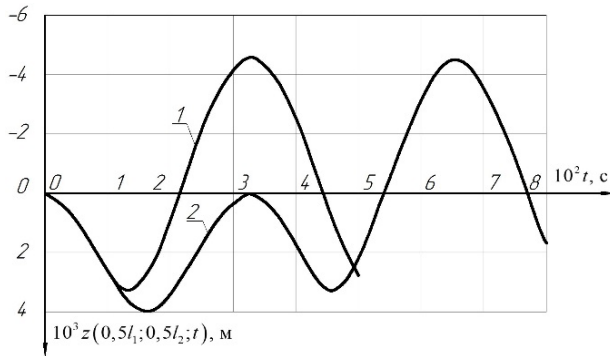


Рис. 2. Прогини центру пластини при різних  $t_1$ : 1 –  $t_1 = 0,01$  с; 2 –  $t_1 = 0,0428$  с

На рис. 1 нанесено графіки зміни прогинів у центрі пластини з плином часу при  $t_1 = 0,014$  с і  $t_1 = 0,03$  с. Вони одержані числовим інтегруванням диференціального рівняння (3) на комп'ютері. Екстремуми на графіках повністю узгоджуються з тими, що в табл. 1. Це підтверджує вірогідність побудованих аналітичних розв'язків.

На рис. 2 подано графіки  $z(0,5l_1; 0,5l_2, t)$ , розраховані для  $t_1 = 0,01$  с і  $t_1 = 0,0428$  с. У другому випадку тривалість імпульсу на  $2\pi/\Omega$  більше, ніж у першому, але амплітуди прогину вгору центру пластини однакові. Вони більші ніж амплітуди прогину центру пластини вниз.

**Висновки.** Аналіз імпульснонавантаженої пластини, підкріпленої однобічною пружною основою, показав, що її прогини та напруження після відриву від основи можуть бути більшими ніж при контакт з основою. Цей ефект властивий системам з несиметричною характеристикою пружності і може проявлятися не тільки при дії короткочасного прямокутного імпульсу, а і при тривалостях навантаження більших за період основного тону коливань підкріпленої пластини.

### Література

1. Филиппов А.П. Колебания деформируемых систем / А.П. Филиппов. – М.: Машиностроение, 1970. – 734 с.
2. Янютин Е.Г. Задачи импульсного деформирования элементов конструкций / Е.Г. Янютин, И.В. Янчевский, А.В. Воропай и др. – Харьков: ХНАДУ, 2004. – 392 с.
3. Сметанкина Н.В. Нестационарное деформирование, термоупругость и оптимизация многослойных пластин и цилиндрических оболочек / Н.В. Сметанкина. – Харьков: Міськдрук, 2011. – 376 с.
4. Ольшанский В.П. Колебания стержней и пластин при механическом ударе / В.П. Ольшанский, Л.Н. Тищенко, С.В. Ольшанский. – Харьков: Міськдрук, 2012. – 320 с.

5. Воропай А.В. Интегральные уравнения Вольтера в некорректных задачах нестационарного деформирования пластин / А.В. Воропай. – Харьков: Лидер, 2018. – 214 с.

6. Сметанкина Н.В. Динамічний відгук пластин, які лежать на пружній основі / Н.В. Сметанкина, С.В. Угримов, О.М. Шупіков і др. // Вісник НТУ «ХПІ». Технології в машинобудуванні. – 2002. – № 19. – С. 68-72.

7. Янютин Е.Г. Идентификация нестационарной подвижной нагрузки, воздействующей на плиту на упругом инерционном основании / Е.Г. Янютин, Д.И. Богдан. // Вісник НТУ «ХПІ». Зб. наук. праць. – 2005. – № 21. – С. 133-139.

8. Воропай О.В. Дослідження різних моделей дорожньої конструкції за нестационарного навантаження / О.В. Воропай, С.І. Поваляев, В.Т. Гришакін. // Весник ХНАДУ. Сб. науч. трудов. – 2011. – Вып. 55. – С. 25-31.

9. Ольшанський В.П. Про ефект несиметрії силової характеристики коливальної системи при механічному ударі / В.П. Ольшанський, С.В. Ольшанський. // Вібрації в техніці та технологіях. – 2018. – № 2 (89). – С. 36-40.

10. Ольшанський В.П. Про динамічний ефект несиметрії силової характеристики коливальної системи при імпульсному навантаженні / В.П. Ольшанський, С.В. Ольшанський. // Вісник НТУ «ХПІ». Сер. Динаміка і міцність машин. – 2018. – № 33 (1309). – С. 33-36.

### References

1. Filippov A.P. Kolebaniya deformiruemykh sistem (1970). M.: Mashinostroenie, 734.
2. Yanyutin E.G., Yanchevskiy I.V., Voropay A.V. i dr. (2004). Zadachi impulsnogo deformirovaniya elementov konstruktsiy. Harkov: HNADU, 392.
3. Smetankina N.V. Nestatsionarnoe deformirovanie, termouprugost i optimizatsiya mnogosloynnykh plastin i tsilindricheskikh oboloche. (2011) Harkov: Miskdruk, 376.
4. Olshanskiy V.P., Tishchenko L.N., Olshanskiy S.V. (2012) Kolebaniya sterzhney i plastin pri mehanicheskom udare. Harkov: Miskdruk, 320.
5. Voropay A.V. Integralnyie uravneniya Voltera v nekorrektnykh zadachah nestatsionarnogo deformirovaniya plastin (2018). Harkov: Lider, 214.
6. Smetankina N.V., Uhrimov S.V., Shupikov O.M. i dr. Dynamichniy vidhuk plastyn, yaki lezhat na pruzhnii osnovi (2002). Visnyk NTU «KhPI». Tekhnolohii v mashynobuduvanni, 19, 68-72.
7. Yanyutin E.G., Bogdan D.I. (2005). Identifikatsiya nestatsionarnoy podvizhnoy nagruzki, vozdeystvuyushey na plitu na uprugom

inertsiennom osnovanii. VIsnik NTU «KhPI». Zb. nauk. prats., 21, 133-139.

8. Voropay O.V., Povaliaiev S.I., Hryshakin V.T. (2011) Doslidzhennia riznykh modelei dorozhn'oi konstruktsii za nestatsionarnoho navantazhennia. Vesnyk KhNADU. Sb. nauch. trudov, 55, 25-31.

9. Olshanskyi V.P., Olshanskyi S.V. (2018) Pro efekt nesymetrii sylovoi kharakterystyky kolyvalnoi

systemy pry mekhanichnomu udari. Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh, 2 (89), 36-40.

10. Olshanskyi V.P., Olshanskyi S.V. (2018) Pro dynamichniy efekt nesymetrii sylovoi kharakterystyky kolyvalnoi systemy pry impulsnomu navantazhenni. Visnyk NTU «KhPI». Ser. Dynamika i mitsnist mashyn, 33 (1309), 33-36.

## Аннотация

### Колебания прямоугольной пластины на одностороннем упругом основании при импульсном нагружении

В.П. Ольшанский, О.И. Спольник, В.В. Бурлака, М.В. Слипченко

Рассмотрены колебания прямоугольной пластины с шарнирным опиранием краев, которая подкреплена односторонним упругим основанием и подвержена силовому импульсному нагружению. Выбрана прямоугольная форма импульса во времени. При воздействии внешней нагрузки линейно-упругое основание сопротивляется сжатию, но не воспринимает расжатия, в результате чего разгруженная пластина отрывается от основания. Исследование показало, что амплитуда прогиба пластины после отрыва от основания может быть больше, чем амплитуда перемещения в направлении действия импульса. Это соотношение касается и изгибных напряжений в пластине, что называют динамическим эффектом несимметрии упругой характеристики системы. Установлены условия, когда имеет место указанный эффект. Условия связаны с упругими и массовыми характеристиками колебательной системы и с продолжительностью действия импульса, но в них не входит величина приложенного давления к пластине, что является следствием кусочно-линейной силовой характеристиками системы. Движение пластины разделено на два этапа. На первом из них пластина находится в контакте с основанием, а на втором этапе этот контакт отсутствует, и неподкрепленная пластина осуществляет свободное колебательное движение. Построены аналитические решения уравнения динамического деформирования пластины на обоих этапах. Это стало возможным благодаря выбору специального распределения давления по поверхности пластины. Распределение выбрано таким, чтобы на первом этапе движения деформированная срединная поверхность пластины была такой как форма свободных колебаний на первой частоте. Проведено припасовывание аналитических решений, в результате чего получены компактные формулы для расчета изменения прогибов и изгибающих напряжений во времени. Выведены также формулы отношения амплитуд прогибов пластины в обе стороны от положения статического равновесия. Выяснены условия, когда это отношение больше единицы, что соответствует проявлению динамического эффекта несимметричной упругой характеристики системы. Приведены примеры расчетов с использованием аналитических решений и проведением численного интегрирования дифференциального уравнения движения на компьютере. Показано полное соответствие численных результатов, к которым приводят указанные методы.

**Ключевые слова:** *прямоугольная пластина, односторонняя упругая основа, прямоугольный силовой импульс, динамический эффект, аналитические решения.*

## Abstract

### Oscillations of a rectangular plate on a single-sided elastic base under pulse loading

V.P. Olshanskiy, O.I. Spol'nik, V.V. Burlaka, M.V. Slipchenko

Oscillations of a rectangular plate with hinged support of the edges, which is supported by a unilateral elastic base and subjected to a forceful pulse loading, are considered. Rectangular pulse shape in time is selected. When exposed to an external load, the linear-elastic base resists compression, but does not perceive decompression, with the result that the unloaded plate detaches from the base. The study showed that the amplitude of the plate deflection after separation from the base may be greater than the amplitude of movement in the direction of the pulse. This ratio also applies to bending stresses in the plate, which is called the dynamic



effect of the asymmetry of the elastic characteristic of the system. Conditions are established when the specified effect occurs. The conditions are related to the elastic and mass characteristics of the oscillatory system and the duration of the pulse, but they do not include the magnitude of the applied pressure to the plate, which is a consequence of the piecewise linear force characteristics of the system. The movement of the plate is divided into two stages. On the first of these, the plate is in contact with the base, and at the second stage this contact is absent and the unsupported plate carries out a free oscillatory motion. Analytical solutions of the equation of dynamic plate deformation at both stages are constructed. This was made possible by choosing a special pressure distribution over the plate surface. The distribution is chosen so that at the first stage of the movement the deformed middle surface of the plate is like the form of free oscillations at the first frequency. Analytical solutions were fitted, as a result of which compact formulas were obtained for calculating changes in deflections and bending stresses over time. The formula for the ratio of the amplitudes of the plate deflections thru both sides of the static equilibrium position is also derived. The conditions has had clarified when this ratio is greater than unity, which corresponds to the manifestation of the dynamic effect of an asymmetric elastic characteristic of the system. Examples of calculations using analytical solutions and numerical integration of the differential equation of motion on a computer are given. The complete correspondence of the numerical results to which the indicated methods lead is shown.

**Keywords:** *rectangular plate, unilateral elastic base, rectangular force impulse, dynamic effect, analytical solutions.*

---

**Бібліографічне посилання / Bibliography link:**

Olshanskiy V.P., Spol'nik O.I., Burlaka V.V., Slipchenko M.V. Oscillations of a rectangular plate on a single-sided elastic base under pulse loading // Engineering of nature management, 2019, #2(12), p. 96 - 101.

---

*Подано до редакції / Received: 03.04.2019*