

УДК 368.013:519.21

Визначення умов відсутності банкрутства страхової компанії в моделі індивідуального ризику

С.А. Денисенко¹, В.Ю. Дубницький², О.І. Ходирєв³, І.А. Черепньов⁴

^{1,4} Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка (м. Харків, Україна) e-mail: ¹gavrishtanya@ukr.net, ⁴voenpred314@ukr.net
^{2,3} Харківський навчально-науковий інститут ДВНЗ «Університет банківської справи» (м. Харків, Україна) e-mail: ²dubnitskiy@gmail.com, ³Khodyrevmjk3758@gmail.com

Розглянуто історичний розвиток задачі страхування ризиків, пов'язаних з сільськогосподарською діяльністю. Показано основні наукові та організаційні спроби її розв'язання та стан підготовки фахівців страхової справи в Російській імперії наприкінці XIX та на початку XX ст. Наведено відомості про навчальні заклади, які на той час існували в Києві та Харкові і здійснювали підготовку відповідних фахівців. Умовою успішної діяльності страхової компанії на заданому часовому проміжку в роботі прийнято умову про те, що активи компанії, до складу яких входять суми страхових премій і власний капітал, повинні перевищувати суму страхових виплат. Прийнято, що ймовірність запобігання банкрутству страхової компанії дорівнює ймовірності того, що сума страхових виплат не перевищить суму її активів. Для розв'язання задачі використано модель індивідуального ризику. В роботі розглянуто такі підходи до розв'язання задачі: принцип очікуваного значення та принцип середньоквадратичного відхилення. Принцип очікуваного значення визначає величину активів страхової компанії, необхідну для її успішної діяльності, як величину, яка дорівнює к-кратному перевищенню середнього значення страхових виплат. Принцип середньоквадратичного відхилення визначає величину активів страхової компанії, необхідну для її успішної діяльності, як величину, яка дорівнює сумі середнього значення і г-кратній величині середньоквадратичного відхилення страхових виплат. Розв'язання поставлених задач розглянуто для наступних законів розподілу: нормального, логарифмічно нормального, гамма-розподілу, розподілу Вейбулла, зворотний розподіл Гаусса, розподілу Парето, розподілу Бурра, розподілу Дагума. Наведено фрагменти відповідних таблиць, необхідних для практичного вживання співробітниками страхових компаній.

Ключові слова: історія страхування, історія агрострахування, визначення ймовірності банкрутства страхової компанії, нормальний, логарифмічно-нормальний закони розподілу, гамма-розподіл, розподіл Вейбулла, зворотний розподіл Гаусса, розподіл Парето, розподіл Бурра, розподіл Дагума.

Постановка проблеми та її актуальність. В історії розвитку людської цивілізації особливе місце займає заняття населенням різних територій землеробством і скотарством на систематичній основі, що у результаті створило необхідні передумови виникнення держав. У роботі [1], цитату з якої надано мовою оригіналу, зауважено, що: «...дикість – період преимущественно присвоєння готових продуктів природи; искусственно созданные человеком продукты служат главным образом вспомогательными орудиями такого присвоєния. Варварство – період введення скотоводства и земледелия, период овладения методами увеличения производства продуктов природы с помощью человеческой деятельности». Сучасні дослідники висунули так звану «зернову гіпотезу», сутність якої полягає у тому, що вирощування таких культур, як ячмінь, жито, пшениця, рис, кукурудза та просо нерозривно пов'язано з появою перших держав стародавнього світу. Згідно класичної теорії, саме в Месопотамії, Єгипті та Китаї з'явилися перші державні утворення,

економічною основою яких було вирощування зернових культур. Професор політології і антропології, співкерівник програми аграрних досліджень Йельського університету Джеймс Скотт в роботі [2] стверджує, що ключ до розуміння взаємозв'язку держави і зерна криється у тому, що тільки останнє могло стати основою для оподаткування тому, що його урожай легко побачити, поділити, оцінити, зберігати, транспортувати і «раціоналізувати». Інші культури, на думку автора роботи [2], наприклад боби, бульбові та рослини, що містять крохмаль, мають лише деякі з цих бажаних для держави якостей, але не всі одразу. Щоб оцінити повною мірою унікальні переваги зернових, корисно уявити себе на місці стародавніх збірників податків, яких цікавило перш за все простота і ефективність роботи. Той факт, що зернові ростуть над землею і дозрівають приблизно в один час, істотно полегшувало роботу збірника податків. Якщо армія або збирачі податків опиняться в потрібному місці в потрібний час, то зможуть миттєво зібрати, змолотити і вилучити весь урожай.

Природно, що сільське господарство в значній мірі уразливо від надзвичайних ситуацій різного походження, які з'являються з певною періодичністю. В роботі [3] наведено переказ біблейського сюжету, в якому фактично викладено схему створення натурального страхового фонду за рахунок попередніх внесків: «Володарю Єгипту приснилося, що вийшли з вод Нила спочатку сім огрядних корів, а потім – сім худих, що пожедли огрядних. Покликаний до фараона Йосип пояснив, що огрядні корови означають сім прийдешніх урожайних років, а сім худих відповідно сім років неврожаю і голоду. Збиратимемо в хороші роки п'яту частину урожаю, запропонував Йосип, для використання її в часи неврожайних років». Ця пропозиція була реалізована і населення Єгипту не тільки зуміло вижити, але і налагодило постачання продовольства за межі держави. У роботі [4] в статті «Страховання», згадуються союзи (Repps або Hgerps), створені для взаємного забезпечення на випадок пожеж або масової загибелі худоби, в які об'єднувалися в XII столітті селяни Ісландії. Не менш стародавню історію має страхування в торгівлі, й перш за все, в морській. У роботі [5] наводяться деякі факти про те, що під час Другої Пунічної війни (218 рік до н.е. – 201 рік до н.е.) підрядники, що зобов'язалися доставляти військові і продовольчі запаси до Іспанії, уклали договори з урядом про те, що він відшкодує збиток, що може бути заподіяний як ворогом, так і корабельними аваріями. Припускають, що найстаріший відомий нам страховий поліс було видано в Генуї 23 жовтня 1347 р. Цей поліс був у формі позикового листа на суму 107 фунтів срібла, яку одержувач позики зобов'язався повернути, якщо корабель "Санта Клара" не прибуде протягом шести місяців з Генуї на Майорку [5]. Приймаючи до уваги ту найважливішу роль для ряду держав, у тому числі й України, яку має сільське господарство, основну увагу в даній публікації відведено агрострахуванню.

Історичний аналіз розв'язання задачі успішної діяльності страхової компанії. До 1917 року частина території сучасної України входила до складу Російської Імперії. В роботі [6] наведено перелік основних напрямків сільськогосподарського страхування які існували, а також вивчалися перед впровадженням у практику в Російській Імперії на початку ХХ століття. Приймаючи до уваги рік видання цитати з цієї роботи і посилання на них у списку літератури наведено в сучасній орфографії. Найбільш поширеними напрямками страхування на той час були такі:

– страхування від вогню саме споруд; страхування цього виду могло бути обов'язковим або добровільним;

– страхування так званого «мертвого інвентаря», але його здійснювали значно менше;

– страхування таких легкозаймистих продуктів і матеріалів, як хліб у снопах і стозі до початку ХХ століття не набуло широкого поширення, в усякому разі в крупних господарствах;

– не отримало практичного застосування, але знаходилося на стадії опрацювання пропозиція казанського землевласника Л.И. Грасса (12 серпня 1841, Санкт-Петербург – 11 червня 1896, Казань). Суть цього проекту полягала в страхуванні недобору урожаю сільськогосподарських культур від комплексу ризиків, від яких він міг би загинути (несприятливі погодні умови, хвороби рослин, розповсюдження на посівах шкідливих комах);

– страхування хліба і продуктів землеробства від градобою.

Детальніше цей напрямок страхування розглянуто в однойменній статті в Енциклопедичному Словнику Ф.А. Брокгауза та І.А. Ефрона [4, П.Брунов, Ст. Град]. Для збереження стилю першоджерела цитату наведено мовою оригіналу:

– "Для отвращения вреда от градобития наука не дает пока действительных средств, а потому остается – заблаговременное страхование жатвы от вреда, причиняемого градом, что в широких размерах уже много лет применяется в зап. и южной Европе, а с 1872 г. открыто и у нас страховыми обществами "Русским" и "Якорь" и несколькими заграничными. Но убытки оказались настолько значительными, что эти общества через 3-4 года прекратили страхование от Г. (Г – градобоїв; так у тексті, прим. авт.), которое, однако, вскоре снова возродилось (1877) в единственно пригодной для него форме – на основании взаимопомощи как "Общество взаимного страхования посевов от градобития". Несмотря на довольно продолжительный кризис (1882-1885), когда ежегодные убытки на 19-43% превышали страховые премии, это общество продолжает развивать в настоящее время свою полезную деятельность: в течение 13 лет (1877-1889) оно имело 22468 страхований, уплативших 1954326 руб. страховой премии, причем в возмещение убытков от 3395 Г. [градобоїв; прим. авт.], выдало (с административными расходами) – 1951018 руб."

– страхування худоби, яке в Російській імперії не досягло значних успіхів [6].

До початку Першої Світової війни провідну роль займало страхування від вогню. Питома вага страхових операцій на російському ринку в 1913 році представлена в табл.1, складеної за даними роботи [7].

Таблиця 1. Питома вага страхових операцій на російському ринку в 1913 році [7].

Вид страхування	Частка страхових платежів %
Страхування від вогню	65,6
Страхування життя	22,9
Транспортне страхування	7,7
Страхування від нещасних випадків	2,7
Інші види страхування (тварин від пошесті, крадіжок майна та ін.)	1,1
Усього	100

Розглянемо більш детально проблеми, пов'язані зі страхуванням від пожеж, або, як на той час казали, страхування «від вогню». У 1913 році усього в Харківській губернії відбулася 2771 пожежа, у тому числі у повітах – 2439. Причини спалахів і частота їх виникнення були наступні: від блискавки – 89; від поганого стану печей та димоходів – 659; від необережності – 638; підпали – 351; від інших причин – 1034. Сумарні збитки склали 1615193 руб. (враховуючи рік видання, цитати з джерела і посилання в списку літератури будуть приведені в сучасній орфографії) [8]. Дуже серйозно була організована робота по вогняному страхуванню і в Херсонській губернії. Інтенсивно розвивалося в Херсонській губернії земське (сільське) страхування, яке здійснювало земство, аналог сучасних органів місцевого самоврядування, [9]. Раніше допомога погорільцям здійснювалася виключно на добровільній основі тими жителями, які не постраждали від пожежі. Не зменшуючи значення взаємовиручки населення, уряд Російської імперії ухвалив в 1844 році постанову, на виконання якої було створено реєстр споруд у селянських господарствах. Також був розроблений порядок стягування платежів з власників споруд. Розмір щорічно виплачуваних сум визначався ступенем пожежонебезпеки конкретних споруд, а саме:

- кам'яні споруди, як менш схильні до спалаху: від 0,5 копійок з кожних 100 руб. їх оцінки;
- дерев'яні споруди: до 1,0 копійки.

Зібрані таким чином засоби формували грошовий фонд, з якого на випадок пожежі погорільцям видавалася страхова винагорода. На рис. 1 наведено таблицю з роботи [10], в якій наведено дані по пожежах в Херсонській Губернії за 28 років (1860-1887 року). Земське керівництво Херсонської губернії зробило низку організаційних заходів щодо оптимізації умов укладання страхових договорів, у результаті яких були:

- введені знижки з платежів з урахуванням тривалості страхування;

- спрощені порядки укладення договорів і підвищення цінової границі, в рамках якої страхові агенти могли здійснювати самостійні дії;

- введені в 1910 році правила страхування рухомого майна: хліба, кормів, землеробських знарядь і домашнього начиння.

Внаслідок зростання активності страхових товариств з'явився ефект добросовісної конкуренції і боротьби за страхувальника. Приватні страхові товариства так само пішли на зниження тарифів і надання різних пільг. У 1912 році в Херсонському повіті було укладено більше 1000 договорів страхування на суму, яка перевищила 3,5 млн. руб. Місцеве земство, використовуючи частину доходу від страхування, активно займалося заходами щодо попередження пожеж впровадженням у житлове будівництво вогнестійких матеріалів, закупівлю пожежних машин. З цією метою земством щорічно відпускалося 15 тисяч руб. [9].

Уяву про асортимент товарів на ринку проти-пожежної техніки, що існував на той час, можна отримати з реклами цін на пожежні машини та інвентар, які можна було придбати на складі Імператорського Російського Пожежного Товариства. Цю рекламу показано на рис. 2 [11].

Перед початком Першої Світової війни в Російській Імперії функціонувала розгалужена мережа страхових товариств, а саме в Санкт-Петербурзі – 12 товариств, Москві – 4, Варшаві – 2, Нижньому Новгороді – 1. Аналогічні товариства існували майже по всій імперії. В них було застраховано майно на загальну суму 21 млрд руб. Із загального збору страхових премій в 1913 р. у сумі 204 млн. руб., доля акціонерних страхових товариств складала 129 млн. руб., на долю земського страхування – 34 млн. руб., на долю взаємних страхових товариств – 14 млн. руб., на долю іноземних страхових товариств – 12 млн. руб., на долю інших товариств – 15 млн. руб. Сукупний прибуток страхових товариств складав більше, ніж 7 млн. рублів. Хоча об'єм страхового обхвату майна поступався деяким європейським країнам [5].

Розповсюдження системи страхування ризиків потребувало підготовки відповідної кількості фахівців. Уявлення про рівень знань у страховій справі взагалі і сільськогосподарському страхуванні, зокрема в дореволюційній Росії можна отримати з довідкової та учбової літератури, наприклад, з роботи [12]. З цього довідника можна дізнатися про таке: У всіх фізико-математичних факультетах університетів в математичному розряді обов'язково вивчали теорію ймовірностей. У політехнічних інститутах, в яких були економічні відділення, викладали статистику та елементарні

відомості по теорії ймовірностей. Сільськогосподарські інститути мали два відділення: сільськогосподарське і сільськогосподарсько-інженерне, саме таку назву наведено в роботі [12]. Статистика

у них входила в перелік обов'язкових дисциплін. При вивченні дисципліни «Сільськогосподарська економія» в обов'язковому порядку вивчали тему «Страховання».

ГУБЕРНИИ и ГОДЫ. GOUVERNEMENTS et ANNEES.	Въ городахъ. Dans les villes.		Въ уѣздахъ. Dans les districts.			Въ губерніи. En général.			Пожары отъ пожара. Crimes des incendies.	
	Число пожаровъ. Incendies.	Число горѣвшихъ строеній. Bâtimens brûlés.	Сумма убытковъ. Pertes en roubles.	Число пожаровъ. Incendies.	Число горѣвшихъ строеній. Bâtimens brûlés.	Сумма убытковъ. Pertes en roubles.	Число пожаровъ. Incendies.	Число горѣвшихъ строеній. Bâtimens brûlés.		Сумма убытковъ. Pertes en roubles.
Херсонская.										
1860 годъ . . .	24	84	14,150	53	66	16,190	77	100	30,340	4
1861 » . . .	55	61	162,540	46	62	15,000	101	123	177,540	—
1862 » . . .	119	120	893,690	57	71	30,050	176	191	923,740	14
1863 » . . .	104	199	387,690	29	17	5,200	133	216	292,890	2
1864 » . . .	62	66	50,270	65	23	88,880	127	89	139,150	5
1865 » . . .	56	60	19,260	108	125	80,780	161	185	100,010	—
1866 » . . .	15	85	77,558	233	260	127,230	248	345	204,780	—
1867 » . . .	52	86	53,596	186	176	100,663	238	262	154,259	6
1868 » . . .	36	24	14,301	159	138	136,204	195	162	150,505	—
1869 » . . .	38	41	43,211	118	185	186,418	156	226	228,629	—
Въ 10 лѣтъ . . .	561	776	1,716,266	1,054	1,123	785,615	1,615	1,899	2,501,881	31
1870 годъ . . .	56	68	60,605	146	176	344,898	202	241	405,503	18
1871 » . . .	56	153	132,264	221	188	342,113	277	341	474,377	42
1872 » . . .	110	261	411,024	265	135	313,108	381	396	721,132	31
1873 » . . .	80	58	94,377	310	238	703,193	423	296	797,570	29
1874 » . . .	86	113	136,722	364	372	999,647	450	485	1,136,369	26
1875 » . . .	59	208	150,989	321	365	1,175,196	383	573	1,326,185	46
1876 » . . .	55	75	177,064	283	320	708,990	388	395	886,051	31
1877 » . . .	39	44	38,535	272	348	277,348	311	392	315,883	29
1878 » . . .	49	102	79,492	279	495	703,105	327	597	782,597	18
1879 » . . .	43	54	361,908	385	593	815,671	428	652	1,177,579	4
Въ 10 лѣтъ . . .	613	1,141	1,642,980	2,849	3,230	6,383,269	3,562	4,371	8,026,249	274
1880 годъ . . .	45	53	17,250	562	1,019	409,719	607	1,072	426,969	10
1881 » . . .	47	57	53,858	456	1,072	608,350	503	1,129	667,208	10
1882 » . . .	61	109	509,631	673	1,732	752,511	734	1,541	1,262,112	37
1883 » . . .	133	158	329,471	481	1,262	319,361	614	1,420	648,832	11
1884 » . . .	196	280	490,390	460	993	235,017	656	1,276	725,407	42
1885 » . . .	198	178	676,296	611	1,570	277,665	809	1,748	953,961	48
1886 » . . .	165	194	249,203	552	970	132,959	717	1,164	382,162	55
1887 » . . .	210	347	452,773	461	1,118	150,858	674	1,459	603,631	30
Въ 8 лѣтъ . . .	1,055	1,376	2,783,872	4,259	9,733	2,886,440	5,314	11,109	5,670,312	243
Итого	2,329	3,293	6,143,118	8,162	14,086	10,055,324	10,491	17,379	16,198,442	548

Рис. 1. Дані про пожежі в Херсонській Губернії за 28 років (1860-1887 р.р.)

Найбільш глибокі знання по страхуванню отримували випускники комерційних інститутів. Наприклад, у Києві в "Комерційному інституті, започаткованому проф. В.М. Довнар-Запольским" готували фахівців із страхової справи та оцінки майна. На "Вищих комерційних курсах в С.-Петербурзі" вивчали страхову справу і комерційну

арифметику, в сучасній термінології – фінансову математику. Близькі до цих учбових закладів були "Вищі комерційні курси Чадова" в Харкові. У програму "Статистичних курсів при центральному статистичному комітеті Міністерства внутрішніх справ" входила дисципліна "Теорія ймовірностей і статистика". Для розуміння цього уривка

слід знати, що на ці курси приймали людей з високою освітою, тобто, використовуючи сучасну термінологію, це була післядипломна освіта. Уявлення про рівень знань, які отримували фахівці в області страхування, можна отримати, аналізуючи зміст основних підручників, рекомендованих для використання. Організаційні, юридичні і економічні принципи страхування станом на 1913 рік викладено в роботі [13]. Особливий інтерес для даного повідомлення має робота [14]. Звертає увагу те, що видання підручника фінансували органи місцевого самоврядування. Підручник складається з двох частин. У першій, такій, що займає приблизно третину об'єму, викладено основні відомості по теорії ймовірностей. Використовуючи сучасну термінологію можна сказати, що в ній розглянуто наступні теми: частотне визначення поняття ймовірностей, умовна і повна ймовірність, формула Байеса, нормальний закон розподілу ймовірностей, початкові відомості про систему кривих Пірсона. У другій частині викладено використання цих відомостей для розрахунку величини можливих збитків страхових товариств і визначення мінімуму запасного капіталу або спеціального фонду для покриття можливих збитків. Один із способів розв'язання цієї задачі розглянуто в даній роботі, яку виконано через 115 років після її первинної постановки. Слід зазначити, що історія застосування ймовірнісних методів у страхуванні дуже мало вивчена і може бути предметом подальших досліджень.



Рис. 2. Рекламний плакат складу Імператорського Російського Пожежного Товариства

Розробка умов страхових угод неможлива без кропіткого аналізу первинних статистичних даних. Треба відзначити, що для Російської імперії кінця XIX початку XX ст. взагалі була властива висока статистична культура в публікації первинних даних. Ця ж тенденція зберіглася у перші післяреволюційні роки. Наприклад, взірцем може бути робота [15]. Як зазначає автор у передньому

слові до неї, її було розпочато 15.02.01928 р., закінчено 15.05.1928 р. Ця робота містить ґрунтовний статистичний аналіз даних про урожайність основних сільськогосподарських культур за 1886-1915 р.р. Звертає увагу, що великий обсяг статистичних розрахунків виконала лише одна людина – студентка Полтавського інституту народної освіти Н.Д. Суворова. І комп'ютерів ще не було, але як робили!

У 1913 році в Києві, на Першому Всеросійському сільськогосподарському з'їзді, було прийнято ухвалу про розробку наукового обґрунтування методики страхування від градобою та утворена особлива комісія при Київському комерційному інституті. Але подальшим роботам перешкодила Перша Світова війна, а потім і революція. Обов'язкове страхування посівів було започатковано на Україні в січні 1923 року в усіх губерніях, за винятком Одеської. Необхідно зауважити, що з посиленням колективізації та жорсткого планування народного господарства ця школа, на жаль, була втрачена. Більшість фахівців у галузі статистики загинули у вирі двадцятих – тридцятих років. Життєві трагедії деяких з них досліджено в роботі [16]. Слід зауважити, що в радянські часи аналіз первинних даних про будь-які негаразди в сільському господарстві був неможливим у зв'язку із забороною їх використання у відкритому доступі. Це було вимогою, викладеною в роботі [17, п.п. 193, 194, 228]. Зокрема були заборонені первинні дані про кількість пожеж та збитки від них, відомості про загибель врожаю внаслідок різних обставин, відомості про захворювання свійських тварин та птахів. У роботі [18] надано первинні дані про частоту та інтенсивності екстремальних гідрометеорологічних явищ в Україні.

Аналіз літератури. У подальшому в роботі будуть використані терміни, зміст яких визначено у роботах [19, 20]. *Страховальник* – фізична або юридична особа, що уклала договір із страховою компанією. *Страховик* – компанія, що має ліцензію на здійснення страхової діяльності. *Страхова премія* – сума, яку страховальник виплачує страховику. *Страхова виплата* – сума, яку страховик виплачує страховальнику за умови, що відбувся страховий випадок. *Страховий випадок* – випадкова подія, передбачена умовами договору страхування. Модель *індивідуального ризику* – модель функціонування страхової компанії, заснована на наступних припущеннях:

- 1) усі страхові виплати тільки щорічні;
- 2) кількість учасників страхового процесу не-випадкова і в період, який аналізують, не змінюється;
- 3) страхову премію повністю сплачують на початку періоду дії страхової угоди;

4) для кожного типу страхових угод відомі статистичні властивості, пов'язані з розміром збитків страхової компанії внаслідок виплат по даному страховому випадку;

5) у рамках моделі катастрофи, тобто одночасне настання страхових випадків за декількома договорами, аналізу не підлягають.

Для успішної діяльності страхової компанії необхідно, щоб величина активів компанії (АК), яка дорівнює сумі страхових премій (СП) і власного капіталу (ВК), перевищувала суму страхових виплат (СВ) на заданому проміжку часу. Ймовірність банкрутства страхової компанії P_6 дорівнює ймовірності того, що страхові виплати перевищать зобов'язання компанії:

$$P_6 = P[CB > (СП + ВК)]. \quad (1)$$

Для виконання цієї умови необхідно визначити ймовірність того, що сума страхових виплат перевищить величину призначених для цього засобів, що знаходяться у розпорядженні страхової компанії. Протилежна подія буде визначати ймовірність успішної (беззбиткової) діяльності страхової компанії, або ймовірність відсутності банкрутства P_{66} .

Одна з важливих особливостей страхового бізнесу полягає у взаємопроникненні юридичних, економічних і ймовірнісних методів, необхідних для успішного розв'язання задач, пов'язаних з ним. Юридичні питання страхування розглянуто, наприклад, у роботах [21; 22]. Ймовірнісні методи в страхуванні детально розглянуто в навчальних посібниках [20; 21; 22]. У роботі [23] запропоновано методи визначення ймовірності банкрутства страхової компанії розподілити на дві групи: методи, що використовують принцип очікуваного значення і методи, що використовують принцип середньоквадратичного відхилення.

Принцип очікуваного значення полягає у тому, що величину P_6 визначають згідно з умовою:

$$P_6 = P[CB > (1 + h)M[AK]], \quad (2)$$

де h – довільне додатне число.

Отже, для забезпечення заданої ймовірності відсутності банкрутства страхової компанії її активи (АК) повинні задовольняти умові:

$$AK \geq (1 + h)M[CB]. \quad (3)$$

Принцип середньоквадратичного відхилення полягає у тому, що величину P_6 визначають згідно з умовою:

$$P_6 = P[CB > M[AK] + (1 + r)\sigma[CB]]. \quad (4)$$

В умові (4) прийнято, що r також довільне додатне число. Отже, для забезпечення заданого рівня ймовірності відсутності банкрутства страхової компанії її активи повинні задовольняти умові:

$$AK \geq M[CB] + (1 + h)\sigma[CB]. \quad (5)$$

В умовах (2) – (5) прийнято, що $M[\bullet]$ і $\sigma[\bullet]$ – оператори математичного сподівання і середньоквадратичного відхилення відповідно. Прийmemo, що:

$$1 + h = r. \quad (6)$$

Назвемо величини k та r коефіцієнтами перевищення. Тоді умови (3) і (5) можна представити у вигляді:

$$AK = kM[CB]; \quad (7)$$

$$AK = M[CB] + r\sigma[CB]. \quad (8)$$

При такому підході розв'язання задачі визначення ймовірності банкрутства може бути зведено до обґрунтування чисельних значень коефіцієнтів перевищення k та r .

Слід зазначити, що в роботі [24] розглянуто близьку за змістом задачу оцінки ймовірності перевищення випадковою величиною свого подвійного середнього значення.

Постановка задачі. Припустимо, що функція розподілу випадкової величини, яка дорівнює величині страхових виплат, визначена функцією $F(x; \lambda, \mu)$, де λ, μ – параметри розподілу. Тоді ймовірність банкрутства (відсутності банкрутства) страхової компанії, визначена за принципом очікуваного значення, буде дорівнювати відповідно:

$$P_6 = F(km; \lambda, \mu), P_{66} = 1 - F(km; \lambda, \mu). \quad (9)$$

В умові (10) і далі прийнято, що m – математичне сподівання, σ – середнє квадратичне відхилення величини страхових виплат. Ймовірність банкрутства страхової компанії, визначена за принципом середньоквадратичного відхилення буде дорівнювати відповідно:

$$P_6 = F(m + r\sigma; \lambda, \mu), P_{66} = 1 - F(m + r\sigma; \lambda, \mu). \quad (10)$$

Розв'язання задачі (9) відповідає на наступне питання. Яка ймовірність того, що можливі страхові виплати не перевищать (перевищать) k -кратні активи страхової компанії?

Розв'язання задачі (10) відповідає на наступне питання. Яка ймовірність того, що можливі страхові виплати не перевищать (перевищать) активи страхової компанії, які дорівнюють сумі математичного сподівання цих виплат і їх r -кратного середньоквадратичного відхилення?

Постановку задач у вигляді (9) або (10) назвемо прямою задачею про банкрутство страхової компанії для моделі індивідуального ризику. У такому разі обчислення величини активів страхової компанії, необхідних для забезпечення заздалегідь визначеної ймовірності її банкрутств, назвемо зворотною задачею про розорення страхової компанії для моделі індивідуального ризику.

Розв'язком зворотної задачі буде величина відповідного квантилю закону розподілу страхових виплат.

Розв'язання цієї задачі розглянуто для наступних законів розподілу: нормального, логарифмічно нормального, гамма-розподілу, розподілу Вейбулла, зворотного розподілу Гаусса, розподілу Парето. Саме на ці закони розподілу страхових виплат як на найбільш поширені в практиці актуарних розрахунків вказано в роботі [22]. В останні роки в практиці актуарних розрахунків почали використовувати також нові закони розподілу, а саме закон Бурра (Burr Distribution Type XII) та закон Дагума (Dagum Distribution). Необхідні відомості про них подано в роботах [27, 28, 29].

Отримані результати. Розглянемо розв'язання поставленої задачі для нормального розподілу. Тоді функція розподілу:

$$F(x; \mu, \lambda) = \Phi\left(\frac{x-m}{\sigma}\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) dx. \quad (11)$$

У даному випадку $m = \mu$ і $\sigma = \lambda$.

Розв'язання поставленої задачі для принципу очікуваного значення буде таким:

$$P_{\sigma\sigma} = \Phi\left(\frac{km-m}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{m(k-1)}{\sigma}\right). \quad (12)$$

Так як коефіцієнт варіації $v = \sigma/m$, то умова (12) буде такою:

$$P_{\sigma\sigma} = \Phi\left(\frac{k-1}{v}\right). \quad (13)$$

Розв'язання поставленої задачі для принципу середньоквадратичного відхилення прийме вид:

$$P_{\sigma\sigma} = \Phi\left(\frac{m+k\sigma-m}{\sigma}\right) = \Phi(k), \quad (14)$$

тобто, є варіантом задачі про "три сигми".

Зворотна задача зводиться до визначення величини квантиля рівня p . Величина p – прийнятний рівень ймовірності банкрутства страхової компанії в умовах дії відповідного закону розподілу страхових виплат.

Для нормального розподілу квантиль рівня p визначають з умови, приведеної в роботі [14]:

$$x_p = m + \sigma \cdot u_p, \quad (15)$$

де u_p – квантиль стандартного нормального розподілу. Для принципу очікуваного значення отримуємо, що:

$$km = m + \sigma \cdot u_p, \quad (16)$$

звідки:

$$k = \frac{\sigma \cdot u_p}{m} + 1 = v \cdot u_p + 1. \quad (17)$$

Для принципу середньоквадратичного відхилення отримуємо, що:

$$m + k \cdot \sigma = m + \sigma \cdot u_p. \quad (18)$$

Отже $k = u_p$.

Розглянемо розв'язання поставленої задачі для логарифмічно нормального розподілу. Тоді функція розподілу відповідно до роботи [25] прийме вигляд:

$$P_{\sigma\sigma} = F(x; \lambda, \mu) = \Phi\left[\frac{\ln(x/\lambda)}{\mu}\right], x > 0. \quad (19)$$

Параметри розподілу визначено наступними умовами:

$$\lambda = \frac{\bar{x}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\bar{x}}\right)^2}} = \frac{\bar{x}}{\sqrt{1 + v^2}}; \quad (20)$$

$$\mu = \sqrt{\ln\left[1 + \left(\frac{\sigma}{\bar{x}}\right)^2\right]} = \sqrt{\ln[1 + (v)^2]}. \quad (21)$$

Розв'язання поставленої задачі для принципу очікуваного значення буде, враховуючи умови (20) і (21), таким:

$$\frac{k\bar{x}}{\lambda} = \frac{k\bar{x}}{\bar{x}/\sqrt{1+v^2}} = k\sqrt{1+v^2}. \quad (22)$$

Отже:

$$F(k\bar{x}; \lambda, \mu) = \Phi\left[\frac{\ln(k\sqrt{1+v^2})}{\sqrt{\ln[1+v^2]}}\right]. \quad (23)$$

Розв'язання поставленої задачі для принципу середньоквадратичного відхилення буде, враховуючи умови (20), (21) і (22), таким:

$$F(\bar{x} + k\sigma; \lambda, \mu) = \Phi\left[\frac{\ln\left(\frac{(\bar{x} + k\sigma)\sqrt{1+v^2}}{\sqrt{\ln[1+v^2]}}\right)}{\sqrt{\ln[1+v^2]}}\right] = \Phi\left[\frac{\ln(\bar{x}(1+kv)\sqrt{1+v^2})}{\sqrt{\ln[1+v^2]}}\right]. \quad (24)$$

Відповідно до роботи [14] величину x_p , яка дорівнює p -квантилю логарифмічно нормального розподілу, буде визначено як:

$$x_p = \lambda \exp(\mu \cdot u_p). \quad (25)$$

Для принципу очікуваного значення отримуємо:

$$x_p = k\bar{x} = \frac{\bar{x}}{\sqrt{1+v^2}} \exp\left[u_p \sqrt{\ln(1+v^2)}\right]. \quad (26)$$

Отже, величина коефіцієнта перевищення

буде дорівнювати величині:

$$k = \frac{1}{\sqrt{1+v^2}} \exp \left[u_p \sqrt{\ln(1+v^2)} \right]. \quad (27)$$

Для принципу середньоквадратичного відхилення отримаємо:

$$x_p = \bar{x} + k\sigma = \frac{\bar{x}}{\sqrt{1+v^2}} \exp \left[u_p \sqrt{\ln(1+v^2)} \right]. \quad (28)$$

Отже, величину коефіцієнта перевищення буде визначено за умовою:

$$k = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\bar{x}}{\sqrt{1+v^2}} \exp \left[u_p \sqrt{\ln(1+v^2)} \right] - \bar{x} \right). \quad (29)$$

Розглянемо розв'язання поставленої задачі для гамма-розподілу. В цьому випадку функція розподілу прийме вигляд:

$$F(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{\lambda x} t^{\alpha-1} e^{-t} dt, \quad (30)$$

$$x > 0, \lambda > 0, \alpha > 0.$$

Параметри розподілу і основні числові характеристики вибірки пов'язані умовами:

$$\bar{x} = \alpha/\lambda, s = \sqrt{\alpha/\lambda}, \lambda = \bar{x}/s^2, \quad (31)$$

$$\alpha = (\bar{x}/s)^2 = (v^{-1})^2.$$

Розв'язання поставленої задачі для принципу очікуваного значення прийме вигляд:

$$P_{\sigma\sigma} = F(k\bar{x}) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^g t^{\alpha-1} e^{-t} dt, \quad (32)$$

де з урахуванням умови (31) для верхньої межі інтегрування в умові (32) отримаємо:

$$\lambda k \bar{x} = k(v^{-1})^2 = g. \quad (33)$$

Розв'язання поставленої задачі для принципу середньоквадратичного відхилення прийме вигляд:

$$P_{\sigma\sigma} = F(\bar{x} + k\sigma) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^q t^{\alpha-1} e^{-t} dt, \quad (34)$$

де з урахуванням умови (31) для верхньої межі інтеграції в умові (34) отримаємо:

$$(\bar{x} + ks)\lambda = (\bar{x} + ks) \frac{\bar{x}}{s^2} = q. \quad (35)$$

Для розв'язання задачі визначення величини відповідних коефіцієнтів перевищення необхідні значення квантилей розподілів (31) і (33) можна обчислити використовуючи функцію зворотного гамма-розподілу, вбудовану в усі основні пакети статистичних програм.

Розглянемо розв'язання поставленої задачі для розподілу Вейбулла. Ймовірність банкрутства у цьому випадку прийме вигляд:

$$P_{\sigma\sigma} = F(x; \alpha, c) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x}{\alpha} \right)^c \right]. \quad (36)$$

У роботі [25] сказано, що з достатньою для нашого випадку точністю розподіл Вейбулла можна апроксимувати логарифмічно нормальним законом згідно з виразом:

$$F(x; \alpha, c) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x}{\alpha} \right)^c \right] \approx \Phi \left[\frac{\ln(x/m)}{\alpha} \right]. \quad (37)$$

За умови, що:

$$m = \bar{x}/\sqrt{1+v^2}, \alpha = \sqrt{\ln(1+v^2)}, \quad (38)$$

де: \bar{x} – математичне сподівання; v – коефіцієнт варіації розподілу Вейбулла, квантиль якого дорівнює величині:

$$x_p = \alpha [-\ln(1-p)]^{1/c}. \quad (39)$$

Таким чином, розв'язання поставленої задачі для розподілу Вейбулла зведено до вже вирішеної задачі для логарифмічно нормального розподілу.

Розглянемо розв'язання поставленої задачі для зворотного розподілу Гаусса. Його властивості наведено в роботі [26].

Ймовірність відсутності банкрутства в цьому випадку прийме вигляд:

$$P_{\sigma\sigma} = F(x; \lambda, \mu) = \Phi \left[\sqrt{\frac{\lambda}{x}} \left(\frac{x}{\mu} - 1 \right) \right] + \exp \left(\frac{2\lambda}{\mu} \right) \Phi \left[- \sqrt{\frac{\lambda}{x}} \left(\frac{x}{\mu} + 1 \right) \right], \quad (40)$$

$$x > 0, y > 0, \mu > 0.$$

Параметри розподілу пов'язані з його числовими характеристиками умовами:

$$\mu = m, \sqrt{\frac{m^3}{\lambda}} = \sigma. \quad (41)$$

Прийmemo, що:

$$z_1 = \sqrt{\frac{\lambda}{x}} \left(\frac{x}{\mu} - 1 \right), z_2 = \sqrt{\frac{\lambda}{x}} \left(\frac{x}{\mu} + 1 \right). \quad (42)$$

Оскільки:

$$\Phi(u) + \Phi(-u) \equiv 1, \quad (43)$$

то умову (40) можна подати у вигляді:

$$P_{\sigma\sigma} = \Phi(z_1) + \exp \left(\frac{2\lambda}{\mu} \right) [1 - \Phi(z_2)]. \quad (44)$$

Зважаючи на умови (41) для принципу очікуваних значень розв'язок задачі буде таким:

$$P_{\text{вб}} = \Phi \left[\sqrt{\frac{\lambda}{km}}(k-1) \right] + \exp\left(\frac{2\lambda}{m}\right) \left\{ 1 - \Phi \left[\sqrt{\frac{\lambda}{km}}(k+1) \right] \right\}. \quad (45)$$

Зважаючи на умови (41) для принципу середньоквадратичного відхилення розв'язок задачі буде таким:

$$P_{\text{вб}} = \Phi \left[\frac{\frac{\lambda}{m+k\sqrt{\frac{m^3}{\lambda}}} \times \left(\frac{m+k\sqrt{\frac{m^3}{\lambda}}}{m} - 1 \right)}{\left(\frac{m+k\sqrt{\frac{m^3}{\lambda}}}{m} + 1 \right)} \right] + \exp\left(\frac{2\lambda}{m}\right) \left\{ 1 - \Phi \left[\frac{\frac{\lambda}{m+k\sqrt{\frac{m^3}{\lambda}}} \times \left(\frac{m+k\sqrt{\frac{m^3}{\lambda}}}{m} + 1 \right)}{\left(\frac{m+k\sqrt{\frac{m^3}{\lambda}}}{m} - 1 \right)} \right] \right\}. \quad (46)$$

Розв'язання прямої задачі у цьому випадку зводиться до підбору параметрів розподілу, які забезпечують задану ймовірність банкрутства (відсутності банкрутства) страхової компанії. Рішення зворотної задачі зводиться до визначення кореня рівняння (46) відносно величин λ та m . Обчислювальна процедура, яка це забезпечує виходить за рамки даного повідомлення та має стати темою подальших досліджень.

Розглянемо розв'язання поставленої задачі для розподілу Парето. Властивості цього розподілу розглянуто в роботі [25]. Ймовірність відсутності банкрутства у цьому випадку буде такою:

$$P_{\text{вб}} = F(x; x_0, \alpha) = 1 - \left(\frac{x_0}{x}\right)^\alpha, \quad x > 0. \quad (47)$$

В умові (47) величина x_0 – параметр положення, в задачах страхування його можна трактувати як величину франшизи, α – параметр форми, $\alpha > 0$. Середнє значення:

$$m = \frac{\alpha}{\alpha-1} x_0, \quad \alpha > 1. \quad (48)$$

Середньоквадратичне відхилення:

$$\sigma = \frac{x_0}{\alpha-1} \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha-2}}, \quad \alpha > 2. \quad (49)$$

Розглянемо розв'язання поставленої задачі для принципу очікуваного значення у

випадку, коли:

$$P_{\text{вб}} = F(km; x_0, \alpha) = 1 - \left(\frac{x_0}{km}\right)^\alpha. \quad (50)$$

Враховуючи умови (50) представимо ймовірність відсутності банкрутства у вигляді:

$$P_{\text{вб}} = 1 - \left(\frac{x_0}{k\frac{\alpha}{\alpha-1}x_0}\right)^\alpha = 1 - \left(\frac{\alpha-1}{k\alpha}\right)^\alpha. \quad (51)$$

Розглянемо розв'язання поставленої задачі для принципу середньоквадратичного відхилення. У цьому випадку, підставляючи умови (48) і (50) в (51), отримаємо, що:

$$P_{\text{вб}} = F(\bar{x} + k\sigma; x_0, \alpha) = 1 - \left(\frac{(\alpha-1)(\alpha-2) \left(k\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha-2}} - \alpha\right)}{\alpha[k^2 - \alpha(\alpha-2)]}\right)^\alpha. \quad (52)$$

Наведені в роботі [25] результати дають можливість представити параметри закону розподілу Парето у вигляді функцій вибірових значень середнього \bar{x} і середньоквадратичного відхилення s :

$$\alpha = \phi(\bar{x}, s) = 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\bar{x}}{s}\right)^2} = 1 + \sqrt{1 + v^2}; \quad (53)$$

$$x_0 = \eta(\bar{x}, s) = \left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)\bar{x} = \frac{\bar{x}\sqrt{1+v^2}(\sqrt{1+v^2}-1)}{v^2}. \quad (54)$$

Тоді, підставивши (52) і (53) в (50), для принципу очікуваних значень отримаємо, що:

$$P_{\text{вб}} = 1 - \left(\frac{x}{k\frac{\alpha}{\alpha-1}x_0}\right)^{m/(m-x_0)}. \quad (55)$$

Розв'язання зворотної задачі в цьому випадку прийме вигляд:

$$x_p = \left(\frac{x_0}{1-p}\right)^{(m-x_0)/m}. \quad (56)$$

Розглянемо розв'язання поставленої задачі для розподілу Бурра. В англійській літературі цей тип розподілу позначають як «Burr Distribution Type XII». Ймовірність відсутності банкрутства буде такою:

$$F(x; ck) = (1 - (1 + x^c))^{-k}, \quad x > 0; c > 0; k > 0. \quad (57)$$

Щільність розподілу буде такою:

$$f(x; c, k) = ck \frac{x^{c-1}}{(1+x^c)^{k+1}}. \quad (58)$$

Математичне сподівання обчислюють згідно з виразом:

$$m = kB \left(\frac{ck - 1}{c}, \frac{c + 1}{c} \right), \quad ck > 1. \quad (59)$$

В умові (59) та в подальшому символ $B(\bullet, \bullet)$ визначає бета-функція відповідних аргументів. Середньоквадратичне відхилення для цього типу розподілу обчислюють згідно з виразом:

$$\sigma = \left\{ \begin{aligned} &kB \left(\frac{ck - 2}{c}, \frac{c + 2}{c} \right) - \\ &- \left[kB \left(\frac{ck - 1}{c}, \frac{c + 1}{c} \right) \right]^2 \end{aligned} \right\}^{1/2}, \quad ck > 2. \quad (60)$$

Для обчислення розміру страхових виплат згідно з принципом очікуваного значення використовують вираз:

$$F(x; ck) = \left\{ 1 - \left[1 + \left(hkB \left(\frac{ck - 1}{c}, \frac{c + 1}{c} \right) \right)^c \right]^{-k} \right\} \quad (61)$$

Для обчислення розміру страхових виплат згідно з принципом середньоквадратичного відхилення використовують вирази (10), (59), (60).

Розглянемо розв'язання поставленої задачі для розподілу Дагума. В англійській літературі цей тип розподілу позначають як «Dagum Distribution». Ймовірність відсутності банкрутства буде такою:

$$F(x; a, b, p) = \left[1 + \left(\frac{x}{b} \right)^{-a} \right]^{-p}, \quad (62)$$

$$x \geq 0, \quad a > 0, \quad b > 0, \quad p > 0.$$

Щільність розподілу буде такою:

$$f(x; a, b, p) = \frac{ap}{x} \left\{ \frac{\left(\frac{x}{b} \right)^{ap}}{\left[\left(\frac{x}{b} \right)^a + 1 \right]^{p+1}} \right\} \quad (63)$$

$$x \geq 0, \quad a > 0, \quad b > 0, \quad p > 0.$$

Математичне сподівання обчислюють згідно з виразом:

$$m = -\frac{b}{a} B \left(-\frac{1}{a}, \frac{1}{a} + p \right), \quad a > 1 \quad (64)$$

Середньоквадратичне відхилення для цього типу розподілу обчислюють згідно з виразом:

$$\sigma = \left[-\frac{b^2}{a^2} (A + C^2)^{1/2} \right], \quad a > 2; \quad (65)$$

де:

$$A = B \left(-\frac{2}{a}, \frac{2}{a} + p \right), \quad (66)$$

$$C = B \left(-\frac{1}{a}, \frac{1}{a} + p \right).$$

Для обчислення розміру страхових виплат згідно з принципом очікуваного значення використовують вирази: (9), (62), (64). Для обчислення розміру страхових виплат згідно з принципом середньоквадратичного відхилення використовують вирази (10), (65), (66).

Для усіх використаних в роботі законів розподілу величини страхових виплат обчислено таблиці, які надають можливість визначити чисельні значення коефіцієнтів перевищення k та r . Сутність цих коефіцієнтів розкривають вирази (5)...(9). Для закону Вейбулла, логарифмічно нормального закону, гамма-розподілу, розподілу Парето, зворотного розподілу Гауса з метою порівняння результатів прийнято, що в усіх випадках математичне сподівання $m = 1,7745$, середньоквадратичне відхилення $\sigma = 0,7593$. Для закону Бурра прийнято, що $c = 2,95$; $k = 1$; $m = 1,22$; $\sigma = 1,58$. Для закону Дагума прийнято, що $a = 3$; $b = 1,5$; $p = 2$; $m = 6,75$; $\sigma = 1,79$. Фрагменти розрахунків наведено в табл.1...табл. 7.

Таблиця 1. Коефіцієнти гарантованої відсутності банкрутства (банкрутства), визначені згідно з принципом очікуваного значення $k(p)$ та принципом середньоквадратичного відхилення $r(p)$ для розподілу Вейбулла

Ймовірність відсутності банкрутства, p	0,9	0,95	0,975	0,999	0,9999
Ймовірність банкрутства, q	0,1	0,05	0,025	0,001	0,0001
Квантиль, x_p	2,79	3,10	3,37	4,33	4,86
Коефіцієнт перевищення, $k(p)$	1,4	1,5	1,7	2,16	2,43
Коефіцієнт перевищення, $r(p)$	3,67	4,08	4,44	5,71	6,40

Таблиця 2. Коефіцієнти гарантованої відсутності банкрутства (банкрутства), визначені згідно з принципом очікуваного значення $k(p)$ та принципом середньоквадратичного відхилення $r(p)$ для логарифмічно нормального розподілу

Ймовірність відсутності банкрутства, p	0,9	0,95	0,975	0,999	0,9999
Ймовірність банкрутства, q	0,1	0,05	0,025	0,001	0,0001
Квантиль, x_p	2,76	3,20	3,64	5,79	7,49
Коефіцієнт перевищення, $k(p)$	1,55	1,80	2,05	3,26	4,22
Коефіцієнт перевищення, $r(p)$	1,30	1,88	2,46	5,29	7,53

Таблиця 3. Коефіцієнти гарантованої відсутності банкрутства (банкрутства), визначені згідно з принципом очікуваного значення $k(p)$ та принципом середньоквадратичного відхилення $r(p)$ для гамма-розподілу

Ймовірність відсутності банкрутства, p	0,9	0,95	0,975	0,999	0,9999
Ймовірність банкрутства, q	0,1	0,05	0,025	0,001	0,0001
Квантиль, x_p	2,79	3,18	3,54	5,06	6,04
Коефіцієнт перевищення, $k(p)$	1,57	1,79	2,0	2,85	3,40
Коефіцієнт перевищення, $r(p)$	1,34	1,85	2,33	4,32	5,63

Таблиця 4. Коефіцієнти гарантованої відсутності банкрутства (банкрутства), визначені згідно з принципом очікуваного значення $k(p)$ та принципом середньоквадратичного відхилення $r(p)$ для розподілу Парето

Ймовірність відсутності банкрутства, p	0,9	0,95	0,975	0,999	0,9999
Ймовірність банкрутства, q	0,1	0,05	0,025	0,001	0,0001
Квантиль, x_p	2,44	2,97	3,62	9,01	17,30
Коефіцієнт перевищення, $k(p)$	1,38	1,68	2,04	5,07	9,75
Коефіцієнт перевищення, $r(p)$	0,88	1,58	2,43	9,53	20,45

Таблиця 5. Коефіцієнти гарантованої відсутності банкрутства (банкрутства), визначені згідно з принципом очікуваного значення $k(p)$ та принципом середньоквадратичного відхилення $r(p)$ для зворотного розподілу Гаусса

Ймовірність відсутності банкрутства, p	0,9	0,95	0,975	0,999	0,9999
Ймовірність банкрутства, q	0,1	0,05	0,025	0,001	0,0001
Квантиль, x_p	3,08	3,31	3,53	4,62	4,91
Коефіцієнт перевищення, $k(p)$	1,74	1,86	1,99	2,61	2,77
Коефіцієнт перевищення, $r(p)$	1,73	2,20	2,31	3,75	4,14

Таблиця 6. Коефіцієнти гарантованої відсутності банкрутства (банкрутства), визначені згідно з принципом очікуваного значення $k(p)$ та принципом середньоквадратичного відхилення $r(p)$ для розподілу Бурра

Ймовірність відсутності банкрутства, p	0,9	0,95	0,975	0,999	0,9999
Ймовірність банкрутства, q	0,1	0,05	0,025	0,001	0,0001
Квантиль, x_p	2,1	2,7	3,46	10,4	22,7
Коефіцієнт перевищення, $k(p)$	1,72	2,21	2,84	8,52	18,6
Коефіцієнт перевищення, $r(p)$	0,55	0,93	1,42	5,81	13,6

Таблиця 7. Коефіцієнти гарантованої відсутності банкрутства (банкрутства), визначені згідно з принципом очікуваного значення $k(p)$ та принципом середньоквадратичного відхилення $r(p)$ для розподілу Дагума

Ймовірність відсутності банкрутства, p	0,9	0,95	0,975	0,999	0,9999
Ймовірність банкрутства, q	0,1	0,05	0,025	0,001	0,0001
Квантиль, x_p	3,96	5,06	6,42	18,89	40,72
Коефіцієнт перевищення, $k(p)$	1,76	2,22	2,85	8,4	18,09
Коефіцієнт перевищення, $r(p)$	2,87	4,71	6,97	27,8	64,3

Отримані коефіцієнти перевищення надають можливість страховій компанії заздалегідь визначати, із заздалегідь визначеною ймовірністю, розмір власних активів, необхідних для її успішної роботи.

Важливість вірного визначення законів розподілу величини страхових виплат має дуже велике значення для успішної діяльності страхової компанії. До таких висновків можна дійти аналізуючи дані табл. 8.

Отримані коефіцієнти перевищення надають можливість страховій компанії із заздалегідь визначеною ймовірністю визначати розмір власних активів, необхідних для її успішної роботи.

Метою подальших досліджень в історичній частині роботи слід вважати порівняння систем агрострахування на теренах Австро-Угорської та Російської імперій. У частині, в якій розглянуто сучасний стан актуарних розрахунків, метою

подальших досліджень слід вважати розробку методів визначення коефіцієнтів перевищення для розподілів Бурра та Дагума в умовах порушення обмежень на їх параметри, визначені умовами (59) та (62).

Таблиця 8. Величина коефіцієнта перевищення в залежності від прийнятого закону розподілу страхових виплат та прийнятої ймовірності банкрутства

Тип закону розподілу	Величина коефіцієнта перевищення, визначеного за принципом очікуваного значення $k(p)$			Величина коефіцієнта перевищення, визначеного за принципом середньоквадратичного відхилення $r(p)$		
	Ймовірність банкрутства			Ймовірність банкрутства		
	0,025	0,001	0,0001	0,025	0,001	0,0001
Закон Вейбулла	1,7	2,16	2,43	1,44	5,71	6,40
Логарифмічно нормальний закон	2,05	3,26	4,22	2,46	5,29	7,53
Гамма-розподіл	2,0	2,85	3,40	2,38	4,32	5,63
Зворотний розподіл Гаусса	2,04	5,07	9,75	2,43	9,53	20,45
Розподіл Парето	1,99	2,61	2,77	2,31	3,75	4,142,84
Розподіл Бурра	2,84	8,52	18,6	1,42	5,84	13,6
Розподіл Дагума	2,85	8,4	18,09	6,97	27,8	64,3

Висновки.

1. Розглянуто історичний розвиток задачі для страхування ризиків, пов'язаних із сільськогосподарською діяльністю. Показано основні наукові та організаційні спроби її розв'язання та рівень підготовки фахівців, який існував у Російській імперії наприкінці XIX – початку XX ст. Наведено відомості про навчальні заклади, які існували в Києві та Харкові і здійснювали підготовку відповідних фахівців.

2. Прийнято, що ймовірність запобігання банкрутству страхової компанії дорівнює ймовірності події, яка полягає у тому, що сума страхових виплат не перевищить суму активів страхової компанії.

3. Розв'язання поставленої задачі виконано для моделі індивідуального ризику.

4. У роботі розглянуто наступні методи розв'язання поставленої задачі: перший метод – згідно з принципом очікуваного значення і другий

метод – з принципом середньоквадратичного відхилення. Принцип очікуваного значення визначає величину активів страхової компанії, необхідну для її успішної діяльності, як величину, яка дорівнює k -кратному перевищенню середнього значення страхових виплат.

5. Принцип середньоквадратичного відхилення визначає величину активів страхової компанії, необхідну для її успішної діяльності як величину, яка дорівнює сумі середнього значення і k -кратній величині середньоквадратичного відхилення страхових виплат.

6. Розв'язання поставлених задач розглянуто для наступних законів розподілу: нормального, логарифмічно нормального, гамма-розподілу, розподілу Вейбулла, зворотного розподілу Гаусса, розподілу Парето, розподілу Бурра, розподілу Дагума.

7. Наведено фрагменти відповідних таблиць, необхідних для практичного використання співробітниками страхових компаній.

Література

1. Шухардин С.В. Техника в ее историческом развитии / С.В. Шухардин, Н.К. Ламан, С.А. Федоров. – Москва.: Наука, 1979 – 416 с.
2. Скотт Дж. Первые государства в истории человечества: агроэкология, письменность, зерно и городские стены / Дж. Скотт // Крестьяноведение. – 2017. – Т.2. №2. – С. 6-32.
3. Архипов А.П. Страховое дело: Учебно-методический комплекс / А.П. Архипов, А.С. Адонин – Москва.: Изд. центр ЕАОИ, 2008. – 424 стр.
4. Энциклопедический Словарь / Изд. Ф.А. Брокгауз и И.А. Ефрон. – СПб, 1897. – Т.9а. – С. 497-500.
5. Журавин С.Г. Краткий курс истории страхования / Журавин С.Г. – Москва: «Анкил», 2005 – 112 с.
6. Полная Энциклопедия Русского Сельского Хозяйства и соприкасающихся с ним наук / общ. ред. А.Ф. Рудзкий. – Издание А.Ф. Девриена. Том IX. Солонцы – Теневыносливость древесных пород. – С.-Петербург, 1905. 1386 с.
7. Натхов Т.В. Эволюция института страхования и его роль в системе общественного воспроизводства. – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/evolyutsiya-instituta-strahovaniya-i-ego-rol-v-sisteme-obshchestvennogo-vosproizvodstva/> 12.02.2018г. – Загл. с экрана.
8. Обзор Харьковской губернии ... [по годам]. – Харьков: Тип. губ. правления, 1870-1916. – За ряд лет изд. литогр. – За 1871-1902 является Приложением к Всеподданнейшему отчету Харьковского губернатора. – Загл. за 1872 г.: Обзорне Харьковский губернии. ... за 1913 год. – [1914]. – 51, [37], 43 с.: табл. Режим доступа: <http://elibrary.shpl.ru/ru/nodes/47847-za-1913-god-1914/> 12.02.2018 г. Загл. с экрана.

9. Неведомская Т.В. Исторический обзор страхового дела. Режим доступа: <http://mycity.kherson.ua/journal/letopis3/strahov.html/> 12.02.2018 г. Загл. с экрана.

10. Пожары в Российской империи в 1883-1887 годах и свод данных за 28 лет / Временник Центрального Статистического Комитета МВД, № 13. СПб.: Изд. ЦСК МВД, 1889 – 180 с.

11. История пожарной техники в России. Режим доступа: <http://fire-truck.ru/istoriya.html/> 12.02.2018 г. Загл. с экрана.

12. Марголин Д. Справочник по высшему образованию. Руководство для поступающих во все высшие учебные заведения России. / Д. Марголин – Киев: Изд «СОТРУДНИК», 1911. – 266 с.

13. Бергер Л.А. Страхование от огня в акционерных страховых предприятиях. / Л.А. Бергер / С.-Петербург: Типо-Литография «Якорь», 1913. 252 с.

14. Серебряков П.А. Математическая теория огневого страхования / П.А. Серебряков – Москва: Т-во «Типо-Литография И.М. Машистова», 1913 г., 172 с.

15. Самбикин М.М. Недороды на Украине. Их районы, частота и размеры / М.М. Самбикин, проф. Харьков-Киев, Держсільгоспвидав, 1931. – 149 с.

16. Jasny N. Soviet Economists of the Twenties: names to be remembered. – New York: Cambridge University Press, 1972.

17. Перечень сведений, запрещённых к опубликованию в открытой печати, передачах по радио и телевидению / Главное управление по охране государственных тайн в печати при Совете Министров СССР (Главлит СССР), 1976. – 176 с. Режим доступа: http://mirknig.su/knigi/military_history/140666-perechen-svedeniy-zapreschennyyh-k-opublikovaniyu-v-otkrytoy-pechati-peredach/ – 30.01.2019. Заг. з екрану.

18. Звіт про науково-дослідну роботу проведення просторового аналізу тенденцій зміни частоти та інтенсивності екстремальних гідрометеорологічних явищ на території України внаслідок зміни клімату 2013. Режим доступа: <http://uhmi.org.ua/project/rvndr/extrime.pdf-01.02.2019> p.

19. Козьменко О.В. Актуарні розрахунки: навч. посіб. / О.В. Козьменко – Суми: Університетська книга, 2014. – 224 з.

20. Фалин Г.И. Актуарная математика в задачах / Г.И. Фалин, А.И. Фалин. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 192 з.

21. Фісун В.І. Страхування: навч. посіб. / В.І. Фісун. – Київ: Центр учбової літератури, 2011. – 232 с.

22. Mack T. Schadenversicherungsmathematik. Sonderaufgabe von Heft 28 der Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik / Thomas Mack. – E.V. Karlsruhe: E.V. Verlag Versicherungswirtschaft, 1997. – 412 p.

23. Голубин А.Ю. Математические модели управления риском в базовых моделях страхования / А.Ю. Голубин. – Москва: «Анkil», 2013. – 284 з.

24. Дубницький В.Ю. Оцінка вірогідності перевищення випадковою величиною свого подвоєного середнього значення / В.Ю. Дубницький, Н.С. Піліпенко // Обробка інформації: Зб. научн. тр. – Харків: ХВУ, 1996. – З. 16-21.

25. Вадзинский Р.Н. Справочник по вероятностным распределениям / Р.Н. Вадзинский. Москва: НАУКА, 2001. – 295 з.

26. Johnson N.L. Continuous univariate distributions / N.L. Johnson, S. Kotz, N. Balakrishnan. – New York: John Wiley & Sons, 2010. – 559 p.

27. Burr, I.W. (1942). "Cumulative frequency functions". *Annals of Mathematical Statistics*. 13 (2): 215-232. doi:10.1214/aoms/1177731607. JSTOR2235756

28. Burr, I.W. (1942). "Cumulative frequency functions". *Annals of Mathematical Statistics*. 13 (2): 215-232. doi:10.1214/aoms/1177731607. JSTOR 2235756.

29. Kleiber C. and Kotz S. (2003). *Statistical Size Distributions in Economics and Actuarial Sciences*. New York: Wiley. See Sections 7.3 "Champernowne Distribution" and 6.4.1 "Fisk Distribution"

30. Dagum, Camilo (1977); A new model of personal income distribution: Specification and estimation; *Economie Appliquée*.

References

1. Shuhardin, S.V., Laman, N.K. and Fedorov, S.A. (1979), "Tehnika v ee istoricheskom razviti" [*Technique in its historical development*], Nauka, Moskva, 416 p.

2. Skott Dzh. (2017) "Pervye gosudarstva v istorii chelovechestva: agrojekologija, pis'mennost, zerno i gorodskie steny" [*The first states in the history of mankind: agroecology, writing, grain and city walls*], *Krest'janovedenie* V.2, No.2, p.p 6-32.

3. Arhipov, A.P. and Adonin, A.S. (2008) "Strahovoe delo: Uchebno-metodicheskij kompleks" [*Insurance business: Educational and methodical complex*], Izd. centr EAOI, Moskva, 424p.

4. "Entsiklopedicheskij Slovar" T. 9a (1897), [*Encyclopedic Dictionary*], F.A. Brokgauz and I.A. Yefron., V. 9a, SPb. p.p 497-500.

5. Zhuravin, S.G., (2005), "Kratkiy kurs istorii strakhovaniya" [*Short Course on Insurance History*], "Ankil", Moskva, 112p.

6. "Polnaja Jenciklopedija Russkogo Sel'skogo Hozjajstva i soprikasajushhihsja s nim nauk, obshh. red. A.F. Rudzkij, Tom IX, Soloncy – Tenevynoslivoost' drevesnyh porod. (1905), [*Complete Encyclopedia of Russian Agriculture and related sciences*], Society. ed. A.F. Rudzky. Vol. IX. Salt – Shade tolerance of tree species], Edition A.F Devrien. S.-Peterburg, p.1386

7. Nathov, T.V. "Evolutsiya instituta strakhovaniya i yego rol' v sisteme obshchestvennogo vosproizvodstva" [Nathov T.V. *The evolution of the insurance institution and its role in the system of social reproduction*], Access mode <https://cyberleninka.ru/article/n/evolutsiya-instituta-strahovaniya-i-ego-rol-v-sisteme-obshchestvennogo-vosproizvodstva>, 12.02.2018, Screen title.
8. "Obzor Khar'kovskoy gubernii ... [po godam]. – Khar'kov: Tip. gub. pravleniya, 1870-1916. – Za ryad let izd. litogr. – Za 1871-1902 yavlyayetsya Prilozheniyem k Vsepoddanneysheму otchetu Khar'kovskogo gubernatora. – Zagl. za 1872 g.: Obozreniye Khar'kovskoy gubernii" [Review of the Kharkov province ... [by years]. – Kharkov: Type. lips of the government, 1870-1916. – For a number of years ed. litogr. – For 1871-1902 is the Annex to the General Report of the Kharkov Governor. – Title 1872: Review of the Kharkov province. ... for the year 1913. – [1914]. – 51, [37], 43 pp. : tab.], Access mode: <http://elibr.shpl.ru/ru/nodes/47847-za-1913-god-1914/> 12.02.2018, Screen title.
9. Nevedomskaya, T.V. "Istoricheskiy obzor strakhovogo dela", [Historical review of the insurance business]. Access mode: <http://mycity.kherson.ua/journal/letopis3/strahov.html/> 12.02.2018. Screen title.
10. "Pozhary v Rossiyskoy imperii v 1883-1887 godakh i svod dannykh za 28 let./ Vremennik Tsentral'nogo Statisticheskogo Komiteta MVD" (1889), [Fires in the Russian Empire in 1883-1887 and a data set for 28 years. / Temporary list of the Central Statistical Committee of the Ministry of Internal Affairs], No13, Ed. CSK MIA, SPb, 180p.
11. "Istoriya pozharnoy tekhniki v Rossii" [History of fire equipment in Russia]. Access mode: <http://fire-truck.ru/istoriya.html/> 12.02.2018 Screen title.
12. Margolin, D. "Spravochnik po vysshemu obrazovaniyu. Rukovodstvo dlya postupayushchikh vo vse vysshiye uchebnyye zavedeniya Rossii" (1911) [Handbook of higher education. Guide for applicants to all higher educational institutions of Russia] Kiyev «SOTRUDNIK» Pub. 266 p.
13. Berger, L.A. (1913), "Strakhvaniye ot ognya v aktsionernykh strakhovykh predpriyatiyakh" [Fire insurance in joint stock insurance companies], Tipo-Litografiya "Yakor". S. – Peterburg, 252 p
14. Serebryakov, P.A. (1913), "Matematicheskaya teoriya ognevoogo strakhovaniya" [Mathematical theory of fire insurance], T-vo «Tipo-Litografiya I.M. Mashistova», Moscow, 172 p.
15. Sambikin, M. M. (1931), "Nedorody na Ukraine. Ikh rayony, chastota i razmery" [Crop failures in Ukraine. Their areas, frequency and size], Derzhsilhospvydav, Kharkov – Kyiv, 149 p.
16. Jasny N. Soviet Economists of the Twenties: names to be remembered. – New York: Cambridge University Press, 1972.
17. "Perechen' svedeniy, zapreshchennykh k opublikovaniyu v otkrytoy pechati, peredachakh po radio i televideniyu" (1976), [The list of information prohibited for publication in the open press, radio and television broadcasts], Main Directorate for the Protection of State Secrets in the Press under the Council of Ministers of the USSR (Glavlit USSR), Access Mode: http://mirknig.su/knigi/military_history/140666-perechen-svedeniy-zapreshchennykh-k-opublikovaniyu-v-otkrytoy-pechati-peredacha/ – 12.02.2018. Screen title.176 p.
18. "Zvit pro naukovе-doslidnoiu robotu provedennia prostorovoho analizu tendentsii zminy chastoty ta intensyvnosti ekstremalnykh hidrometeorolohichnykh yavlyshch na terytorii Ukrainy vnaslidok zminy klimatu" (2013). [Report on scientific and research work on spatial analysis of trends in the frequency and intensity of extreme meteorological phenomena in Ukraine due to climate change 2013], 176 p. Access Mode: <http://uhmi.org.ua/project/rvndr/extrime.pdf>. 12.02.2018 Screen title.
19. Kozmenko, O.V. (2014), "Aktuarni rozrahunky" [Actuarial calculations], University book, Sumy, 224 p.
20. Falin, G.I. and Falin, A.I. (2003), "Aktuarnaya matematika v zadachah" [Actuarial mathematics in problems], FIZMATLIT, Moscow, 192 p.
21. Fisun, V.I. (2011), "Strakhuvannia: navch. posib." [Insurance: Teach. Manua l], Tsentr uchbovoi literatury, Kyiv: 232p.
22. Mack T. Schadenversicherungsmathematik. Sonderaufgabe von Heft 28 der Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik / Thomas Mack. – E.V. Karlsruhe: E.V. Verlag Versicherungswirtschaft, 1997. – 412 p.
23. Golubin, A.Yu. (2013) "Matematicheskiye modeli upravleniya riskom v bazovikh modelyakh strakhovaniya" [Mathematical models of risk management in the basic models of insurance], «Ankil», Moskva, 284 p.
24. Dubnitsky, V.Yu and Pilipenko N.S. (1996), "Otsinka ymovirnosti perevyshchennia vpadkovoiu velychynoi svoho podvoienoho serednoho znachennia" [Estimation of the probability of exceeding the double magnitude of its average value], Processing information. KhVU, Kharkiv ,p.p.16-21.
25. Vadzinskij, R. (2001), "Spravochnik po veroyatnostnym raspredeleniyam" [Handbook on probabilistic distributions], NAUKA, Moscow, 295 p.

26. Johnson N.L. Continuous univariate distributions / N.L. Johnson, S. Kotz, N. Balakrishnan. – New York: John Wiley & Sons, 2010. – 559 p.

27. Burr, I.W. (1942). "Cumulative frequency functions". Annals of Mathematical Statistics. 13 (2): 215-232. doi:10.1214/aoms/1177731607. JSTOR2235756

28. Burr, I.W. (1942). "Cumulative frequency functions". Annals of Mathematical Statistics. 13 (2): 215-232. doi:10.1214/aoms/1177731607. JSTOR 2235756.

29. Kleiber C. and Kotz S. (2003). Statistical Size Distributions in Economics and Actuarial Sciences. New York: Wiley. See Sections 7.3 "Champernowne Distribution" and 6.4.1 "Fisk Distribution

30. Dagum, Camilo (1977); A new model of personal income distribution: Specification and estimation; Economie Appliquée.

Аннотация

Определение условий предотвращения банкротства страховой компании в модели индивидуального риска

С.А. Денисенко, В.Ю. Дубницький, А.И. Ходирев, И.А. Черепнёв

Рассмотрено историческое развитие задачи страхования рисков, связанных с сельскохозяйственной деятельностью. Показаны основные научные и организационные попытки ее решения и состояние подготовки специалистов страхового дела в Российской империи в конце XIX и в начале XX ст. Приведены сведения об учебных заведениях, которые на то время существовали в Киеве и Харькове и осуществляли подготовку соответствующих специалистов. Условием успешной деятельности страховой компании на заданном временном промежутке в работе принято условие о том, что активы компании, в состав которых входят суммы страховых премий и собственный капитал, должны превышать сумму страховых выплат. Принято, что вероятность предотвращения банкротства страховой компании равна вероятности того, что сумма страховых выплат не превысит сумму ее активов. Для решения задачи использована модель индивидуального риска. В работе рассмотрены такие подходы к решению задачи: принцип ожидаемого значения и принцип среднеквадратического отклонения. Принцип ожидаемого значения определяет величину активов страховой компании, необходимую для ее успешной деятельности, как величину, которая равна k -кратному превышению среднего значения страховых выплат. Принцип среднеквадратического отклонения определяет величину активов страховой компании, необходимую для ее успешной деятельности, как величину, которая равна сумме среднего значения и g -кратной величине среднеквадратического отклонения страховых выплат. Решение поставленных задач рассмотрено для следующих законов деления: нормального, логарифмически нормального, деления гаммы, деления Вейбулла, обратного гаусова распределения, распределения Парето, распределения Бурра, распределения Дагума. Приведены фрагменты соответствующих таблиц, необходимых для практического употребления сотрудниками страховых компаний.

Ключевые слова: история страхования, история агрострахования, определение вероятности банкротства страховой компании, нормальный, логарифмически нормальный законы распределения, гамма- распределение, распределение Вейбулла, обратное гауссово распределения, распределение Парето, распределение Бурра, распределение Дагума.

Abstract

Determination of an insurance company non-bankruptcy terms in individual risk model

S.A. Denisenko, V.Yu. Dubnitskiy, A.I. Khodirev, I.A. Cherepnev

Historical development studied of agrarian business risks insurance problem. Basic scientific and organizational attempts to solve it are shown as well as training standards of insurance specialists in Russian Empire of late XIX – early XX century. Information specified on educational institutions which existed at that period in Kyiv and Kharkiv to train respective officials. Authors assumed as a condition of successful insurance company operation at the above period of time the term that total company assets including insurance premium and own capital exceed the amount of insurance payments. The probability of insurance company bankruptcy avoidance was accepted as equal to the probability of the amount of insurance payments not exceeding the amount

of its assets. For solution of this problem the individual risk model was used. The work dwells on the following approaches to solution of this problem: expected value principle and mean-square deviation principle. Expected value principle determines the value of insurance company assets necessary for its successful operation as a value equal to k-fold excess above average value of insurance payments. Mean-square deviation principle determines the value of insurance company assets necessary for its successful operation as a value equal to the sum of average value and r-fold value of insurance payments mean-square deviation. Solution of set problems was studied for such distribution laws: normal, lognormal, gamma distribution, Weibull distribution, inverse Gaussian distribution, Pareto distribution, Burr distribution type XII, Dagum distribution. Fragments of respective tables are added as necessary for practical usage by insurance officers.

Keywords: *insurance history, agrarian insurance history, insurance company bankruptcy probability, normal, lognormal, gamma distribution, Weibull distribution, inverse Gaussian distribution, Pareto distribution, Burr distribution type XII, Dagum distribution.*

Представлено від редакції: В.І. Мельник / Presented on editorial: V.I. Melnyk

Рецензент: Р.В. Левкіна / Reviewer: R.V. Levkina

Подано до редакції / Received: 18.02.2019