

Конструкція і теорія сільськогосподарських машин  
Construction and theory of agricultural machines

УДК 631.316.022

<https://doi.org/10.5281/zenodo.7048978>Перевірка математичної моделі плоско-паралельного руху  
бороновальної секції у поздовжньо-вертикальній площині на  
адекватністьМ.А. Тиховод <sup>1</sup>, В.Т. Надикто <sup>2</sup>

Таврійський державний агротехнологічний університет  
ім. Дмитра Моторного (м. Мелітополь, Україна)  
email: <sup>2</sup> volodymyr.nadykto@tsatu.edu.ua;  
ORCID: <sup>1</sup> 0000-0001-8463-5481; <sup>2</sup> 0000-0002-1770-8297

Серед низки заходів збереження дефіцитної вологи у будь-якій ґрунтово-кліматичній зоні багатьма науковцями і агровиробниками перевага надається використанню чорних парів. Для цього верхній шар парового поля повинен постійно розпушуватися на глибину 5...6 см. Найкращим робочим знаряддям для виконання цієї технологічної операції є борона, обладнана робочими органами у вигляді плоскої лапи невеликої ширини захвату. Динаміка руху подібного знаряддя у поздовжньо-вертикальній площині має бути такою, яка б забезпечувала йому стабільність глибини обробітку ґрунту на рівні заданих 5...6 см. Такий результат можливий за правильного вибору конструктивних параметрів борони. На етапі проектування знаряддя першим кроком у розв'язанні такої задачі є математичне моделювання досліджуваного процесу з обов'язковою подальшою перевіркою розробленої математичної моделі на адекватність. У даній статі розглянуто методику і результати перевірки на адекватність математичної моделі, яка описує динаміку коливача кута повороту ( $\beta$ ) бороновальної секції у поздовжньо-вертикальній площині. У підсумку встановлено, що у режимі сталого руху такої секції розбіжність теоретичних і експериментальних даних не виходить за межі довірчого інтервалу, який характеризує діапазон зміни оцінювального параметру у вигляді кута  $\beta$ . Такий результат вказує як на адекватність розробленої математичної моделі, так і на достовірність отриманих результатів моделювання.

**Ключові слова:** борона, профіль поля, копіювання, математична модель, адекватність

**Постановка проблеми.** Прогресивним напрямком обробітку парів в умовах недостатнього зволоження слід признати систематичне мілке (5...6 см) розпушування ґрунту без його виносу на денну поверхню поля [1]. Для практичної реалізації цього напрямку може бути використане ґрунтообробне знаряддя на основі бороновальних секцій. Кожна із них має 20 робочих органів, розташованих за загально відомою схемою «зигзаг» у п'ять рядів і приєднується до рами знаряддя з допомогою двох повідків, нахилених під потрібним кутом до горизонту [2].

Можливі два варіанти налаштування бороновальної секції. Один передбачає обладнання першого ряду зубів борони як нахиленими горизонтальними, так і вертикально розташованими плоскорізальними елементами (сегментами). Згідно з другим варіантом налаштування бороновальної секції плоскі зуби її першого ряду для забезпечення кращого розрізання (подрібнення) рослинних решток у ґрунті не мають горизонтальних сегментів.

Складність питання полягає у потребі вибору таких параметрів такої бороновальної секції, які б забезпечували їй стабільну глибину обробітку ґрунту у процесі переміщення у поздовжньо-вертикальній площині. Теоретично поставлену задачу можна розв'язати шляхом аналізу математичної моделі плоско-паралельного руху бороновальної секції у вказаній площині проєкцій.

Водночас, будь-яка математична модель стає інструментарієм лише після її перевірки на адекватність. З огляду на це проблема вибору методики здійснення цього процесу була і залишатиметься надалі досить актуальною.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Аналіз літературних джерел засвідчує, що динаміка вертикального руху бороновальних секцій із плоскорізальними робочими органами досліджена дуже мало. Що стосується цілеспрямованих методів перевірки отриманих аналітичних залежностей на адекватність, то вони практично відсутні.

Є певні напрацювання, які стосуються досліджень агрегування борін із звичайними

зубами (типу БЗСС-1,0 і БЗТС-1,0). Так, у роботі [3] підкреслюється, що у серійних борін повідки під час підвищеного руху машинно-тракторного агрегату (МТА) обмежують ступінь пристосовуваності ланок у поздовжньо-вертикальній площині. Для вирішення цієї проблеми науковці у кожній із серійних борін типу БЗСС-1,0 і БЗТС-1,0 зменшили кількість зубів із 20 до 15. Такий конструктивний захід дозволив збільшити питома вертикальне навантаження на кожен зуб знаряддя.

Ще одним напрямком модернізації зубових борін типу БЗТС-1,0 є обладнання їх активними робочими органами [4]. Кожен із них складається із планки, яка з допомогою вертикального шарніру закріплюється на боронувальній ланці. На кінцях планки на відстані  $L_0 = 10 \dots 17$  см один від одного розташовані зуби борони. Під час руху ґрунтообробного знаряддя ці зуби створюють різний опір оброблюваному середовищу (тобто ґрунту). У наслідок цього виникає обертовий момент  $M_0$ , який визначається наступним чином:  $M_0 = \Delta F \cdot L_0 / 2$ , де  $\Delta F$  – різниця між тяговими опорами, створюваними двома закріпленими на ланці зубами боронувальної секції. За рахунок дії цього моменту планка із зубами здійснює вимушені кутові коливання різної частоти. Зуби при цьому здійснюють інтенсивний вплив на ґрунт як у поздовжньому, так і поперечному напрямках. У підсумку ґрунт більш інтенсивно розпушується. Водночас, при цьому він, на нашу думку, і більш інтенсивно висушується. З огляду на це дане конструктивне рішення перспективи застосування на парових полях не має.

Важливим конструктивним параметром боронувальної секції, який вимагає відповідне обґрунтування (у тому числі і теоретичне), є кут нахилу її повідків до горизонтальної поверхні  $\alpha$ . Його величина задає напрям сили тяги, формуючи при цьому характер руху ланки у поздовжньо-вертикальній площині. Крім цього параметр  $\alpha$  впливає на вибір відстані ( $L$ ) від сліду на горизонтальну поверхню центру ваги борони до проекції точки її причеплення до зчипки та висоти  $h$  розташування точки причеплення повідка до борони. У роботі [3] пропонується такий зв'язок між цими параметрами:  $tg \alpha = h/L$ .

Водночас, результатів досліджень динаміки поздовжньо-вертикального руху боронувального агрегату автори роботи [3] не приводять. Вони лише апріорі стверджують, що зі збільшенням глибини боронування стійкість руху борони у вказаній площині за постійної довжини повідка буде забезпечена, якщо його приєднати до бруса зчипки нижче на величину, адекватну зменшенню глибини обробітку ґрунту. В дійсності ж це може бути зовсім не так, що зменшує науково-практичну значущість напрацювань авторів і потребує обов'язкового додаткового проведення низки відповідних теоретичних і експериментальних досліджень.

З урахуванням дійсного стану речей авторами статті розроблено математичну модель динаміки функціонування боронувальної секції у поздовжньо-вертикальній площині [5]. На підставі аналізу даних моделювання обрано такі параметри цієї секції, які забезпечують їй прийнятну стабільність глибини обробітку ґрунту.

Науковою практикою розроблено теоретичні основи проведення такої процедури, як перевірка математичних моделей досліджуваного процесу на адекватність [11]. Попри це, прерогатива прийняття того чи іншого алгоритму здійснення цієї процедури була і буде за лишатися виключно за автором наукового дослідження. У роботі [6] проаналізовані і запропоновані для ужитку деякі варіанти перевірки математичних моделей на адекватність. У додаток до цього автори статті [5] застосували ще один варіант здійснення цього важливого етапу теоретичних досліджень.

**Мета роботи.** Викласти методику перевірки математичної моделі динаміки руху боронувальної секції для обробку парів у поздовжньо-вертикальній площині.

**Результати досліджень.** У процесі здійснення робочого руху, обумовленого дією зовнішньої тягової сили  $P$  (рис. 1), відхилення боронувальної ланки від стабільного положення може проявлятися у вигляді її повороту на кут  $\beta$  відносно осі, яка є перпендикулярною до поздовжньо-вертикальної площини  $XOY$  і проходить через т. О.

Крім сили  $P$ , репрезентованої її вертикальною ( $P_v$ ) і горизонтальною ( $P_r$ ) складовими, на боронувальну секцію здійснюють вплив (див. рис. 1):

- сила ваги  $G$ ;
- приведені до точки D вертикальна ( $R_{yc}$ ) і горизонтальна ( $R_{xc}$ ) складові головного вектора тягового опору боронувальної секції;
- головний момент тягового опору розглядуваного ґрунтообробного знаряддя  $M_r$ .

Математична модель, яка описує динаміку повороту боронувальної секції на кут  $\beta$  відносно точки О, є такою [5]:

$$\beta = \frac{K_0}{K_1} + e^{\frac{1}{2}(-K_2 + \sqrt{K_2^2 - 4 \cdot K_1}) \cdot t} \times \frac{K_0 \cdot (-K_2 - \sqrt{K_2^2 - 4 \cdot K_1})}{2 \cdot K_1 \cdot \sqrt{K_2^2 - 4 \cdot K_1}} - e^{\frac{1}{2}(-K_2 - \sqrt{K_2^2 - 4 \cdot K_1}) \cdot t} \times \frac{K_0 \cdot (-K_2 + \sqrt{K_2^2 - 4 \cdot K_1})}{2 \cdot K_1 \cdot \sqrt{K_2^2 - 4 \cdot K_1}} \quad (1)$$

У рівнянні (1) прийнято наступні позначення:

$$K_2 = 30 \cdot K_r \cdot b^2 / J_0;$$

$$K_1 = [P_r \cdot (d + 1.6b + tg \alpha \cdot h) - G \cdot h] / J_0;$$

$$K_0 = -0.4b \cdot P_r \cdot ctg(\varphi + \varphi_T) / J_0.$$

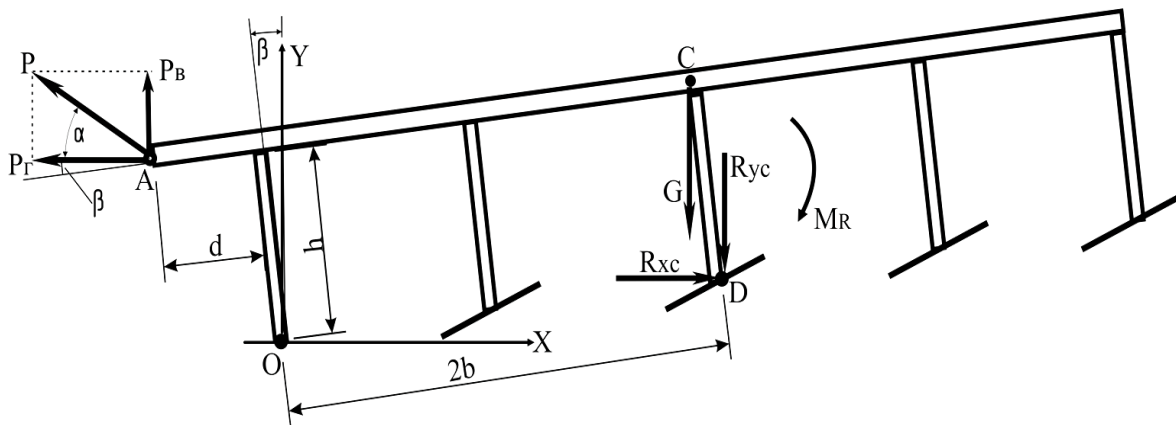


Рис. 1. Еквівалентна схема сил, які діють на боронувальну ланку під час її руху у поздовжньо-вертикальній площині

Своєю чергою:  $K_r$  – коефіцієнт опору вертикального переміщення робочих органів боронувальної ланки у ґрунті;  $J_o$  – момент інерції борони відносно осі, яка є перпендикулярною до площини XOY і проходить через т. О (рис. 1);  $\varphi$  – кут установки сегменту зуба борони до горизонту;  $\varphi_T$  – кут тертя ґрунту по сталі або по ґрунту;  $b, d, \alpha, h$  – конструктивні параметри, природа яких зрозуміла із рис. 1.

Для перевірки моделі (1) на адекватність проводили спеціальні лабораторно-польові дослідження. Фізичним об'єктом був МТА у складі електрифікованого міні-трактора, який агрегували із одною боронувальною секцією (рис. 2).



Рис. 2. Боронувальний МТА на базі електрифікованого міні-трактора

Боронувальна секція цього агрегату була обладнана тензометричними пальцями. На одні з них був установлений датчик – перемінний опір з лінійною характеристикою – СП-ЗА. Сформований при цьому відповідний електричний сигнал з датчика передавався на аналогово-цифровий перетворювач (АЦП), який разом з блоком живлення і ЕОМ був установлений на міні-тракторі.

Оцифрований АЦП масив даних (кут повороту борони  $\beta$ ) передавався до ЕОМ і форму-

вався останньою у вигляді файлу, придатного для оброблення графічним програмним середовищем (у даному випадку – Advanced Grapher).

Побудовану при цьому графічну залежність  $\beta = f(t)$  порівнювали із розрахунковою, отриманою із представленої вище математичної моделі повороту боронувальної ланки у поздовжньо-вертикальній площині шляхом розв'язку системи рівняння (1) у програмному середовищі MathCad.

Лабораторно-польові дослідження нового боронувального агрегату проводили на агротехнічному фоні, де попередником був соняшник. Стерня цієї культури після збирання урожаю восени минулого року була двічі задискована. Характеристика агротехнічного фону поля на момент проведення даних лабораторно-польових досліджень представлена у табл. 1.

Таблиця 1. Умови проведення лабораторно-польових випробувань боронувального МТА

Показник	Значина
Тип ґрунту	Темно-каштановий
Рельєф	Рівний
Мікрорельєф	Вирівняний
Агротехнічний фон	Задискована стерня соняшнику
Середня значина вологості ґрунту в шарі 0...10 см, %	16,5
Середня значина щільності ґрунту в шарі 0...10 см, г/см <sup>3</sup>	1,14
Кількість бур'янів, г/м <sup>2</sup>	15

Як уже підкреслювалося вище, у процесі перевірки адекватності математичної моделі плоско-параллельного руху боронувальної секції реєстрували кут її повороту у поздовжньо-вертикальній площині.

Аналіз експериментальних даних показав, що вимірюваний параметр змінювався у довірчому інтервалі  $\beta = -2,8 \pm 0,03^\circ$ . Дисперсія коливань цього кута становила 0,0422 град.2, а коефіцієнт

варіації дорівнював 7,3%. Оскільки значина останнього не перевищує 10%, то згідно з класичним визначенням [7], процес з таким коефіцієнтом варіації вважається низьковаріабельним.

При цьому він є і низькочастотним. Як впливає із аналізу нормованої кореляційної функції коливань кута  $\beta$  (крива 2, рис. 3), час кореляційного зв'язку у розглядуваному процесі дорівнює приблизно 2,5 с. Вказаний зв'язок, як відомо, визначається тим часом, по закінченні якого крива нормованої кореляційної функції того чи іншого коливального процесу пересікає нульову позначку [8-10].

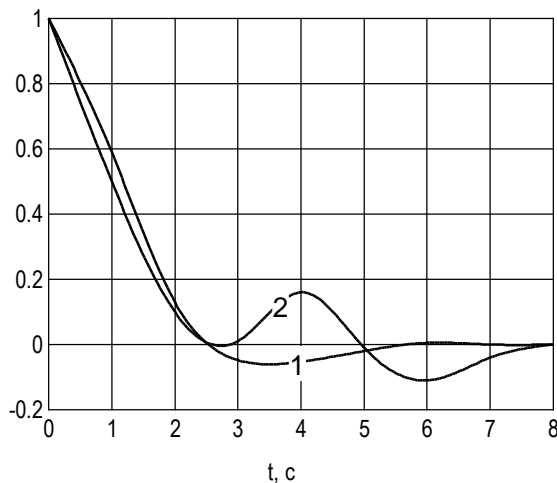


Рис. 3. Реальна (2) і апроксимована (1) нормовані кореляційні функції коливань кута повороту боронувальної ланки у поздовжньо-вертикальній площині

Характер перебігу нормованої кореляційної функції коливань кута повороту боронувальної ланки у поздовжньо-вертикальній площині (крива 2, рис. 3) важко назвати таким, який має у собі приховану періодичну складову. З достатньою для практики точністю можна вважати, що розглядуваний коливальний процес є аперіодичним. З урахуванням цього нормована кореляційна функція коливань кута  $\beta$  ( $\rho_T$ ) може бути апроксимована наступним виразом:

$$\rho_T = e^{-0.797 \cdot t} \cdot [\cos(0.898 \cdot t) + 0.888 \cdot \sin(0.898 \cdot t)].$$

Графічне зображення такої залежності представлено на рис. 3 кривою 1. Візуальне порівняння її з кривою 2 показує про практично повний збіг такого параметру, як час кореляційного зв'язку. Для обох кривих він, як видно із рис. 3, приблизно дорівнює 2,5 с.

Порівняння теоретичного [розрахованого з допомогою виразу (1)] і експериментального процесів зміни кута повороту боронувальної ланки у поздовжньо-вертикальній площині у часі пока-

зало, що максимальна різниця між аналітичними і натурними даними не є постійною (рис. 4).

У межах перехідного періоду руху розглядуваної динамічної системи ( $t = 0 \dots 0,7$  с) вказана різниця може досягати 40% ( $t = 0,2$  с, наприклад, рис. 4). Водночас, поза межами цього досить короткотривалого діапазону ( $t > 0,7$  с, рис. 4) різниця між розрахунковими і експериментальними даними не перевищує 20%.

Для більшості стохастичних (випадкових) процесів, які репрезентують динаміку функціонування систем сільськогосподарського призначення, така розбіжність теоретичних і натурних даних є досить прийнятною. Більше за те, у діапазоні часу від 0,6 до 2,0 с діапазон довірчого інтервалу, у якому змінюється параметр  $\beta$ , не перевищує  $\pm 0,8^\circ$ . Теоретичні значини величини кута  $\beta$  (крива 1, рис. 4) у цьому є інтервалі часу (тобто 0,6...2,0 с) не виходять за межі діапазону вказаного довірчого інтервалу. Слід підкреслити, що у даному випадку режим усталеного руху боронувальної ланки у порівнянні з досить короткотривалим перехідним є визначальним. З огляду на це вказана розбіжність (< 20%) між натурними даними і результатами математичного моделювання вказує на адекватність розробленої математичної моделі плоско-паралельного руху боронувальної ланки. А це дає підстави використовувати її (математичну модель) для подальшого математичного моделювання з метою обґрунтування достовірних конструктивних параметрів розроблюваного ґрунтообробного знаряддя.

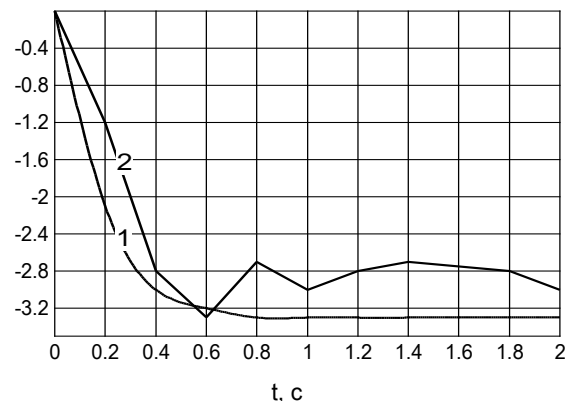


Рис. 4. Перевірка математичної моделі повороту боронувальної ланки у поздовжньо-вертикальній площині на адекватність: 1 – теоретична залежність; 2 – експериментальна залежність

Більше того, на підставі викладеного вище порівняльного аналізу можна стверджувати, що отримані у роботі [5] рекомендації щодо вибору параметрів боронувальної секції для обробітки парів є цілком достовірними.

**Висновки.** Наведений у статті методичний підхід до перевірки математичної моделі досліджуваного процесу на адекватність є універсальним і може бути застосований науковцями у своїх дослідженнях. Перевіркою конкретної математичної моделі коливань боронувальної секції у поздовжньо-вертикальній площині встановлено, що у режимі її (секції) сталого руху розбіжність теоретичних і експериментальних даних не виходить за межі довірчого інтервалу, який характеризує діапазон зміни оцінювального параметру. У даному випадку таким є кут повороту рами боронувальної секції у поздовжньо-вертикальній площині.

#### Література:

1. Овсинский И.Е. Новая система земледелия. Directmedia. 2014. 303 с.
2. Надикто В.Т., Тиховод М.А. Роль парів у накопиченні та збереженні вологи ґрунту. Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. Мелітополь: ТДАТУ. 2020. Вип. 2. Т.2. С. 3-22.
3. Труфанов В.В. Результаты исследования зубовых борон новой конструкции. Тракторы и сельскохозяйственные машины. 1986. №4.
4. Халанский В.М., Ходаев Д. Результаты испытаний экспериментальной зубовой бороны с активными рабочими органами. Тракторы и сельскохозяйственные машины. 2005. №11. с. 9-10.
5. Надикто В.Т., Тиховод М.А. Аналіз стійкості руху боронувальної секції. Machinery & Energetics. Journal of Rural Production Research. Kyiv. Ukraine. 2020, Vol. 11. No 2. P. 95-105. DOI: 10.31548/machenergy.2020.02.095-105.
6. Надикто В.Т. Основы научных исследований. Херсон: ОЛДИ-ПЛЮС. 2017. 268 с.
7. Доспехов Б.А. Методика полевого опыта. М.: Агропромиздат. 1985. 351 с.
8. Соловейчик А.А. Спектральный анализ пространственных колебаний колесного трактора при стационарном кинематическом воздействии. Тракторы и сельхозмашины. 1986. № 5.
9. Лурье А.Б. Статистическая динамика сельскохозяйственных агрегатов. Л.: Колос. 1970. 376 с.
10. Баутин В.М., Селиванов В.Г., Панов А.И. Методические рекомендации по статистическим

методам сбора, обработки и анализа экспериментальных данных при испытаниях с.-х. машин. М.: Информагротех. 1997. 137 с.

11. Кубланов М.С. Проверка адекватности математических моделей. Научный вестник МГТУ ГА. 2015. №11. С. 29-36

#### References:

1. Ovsinsciy I.E. Novaya sistema zemledeliya. Directmedia. 2014. 303 p.
2. Nadykto V.T., Tikhovod M.A. Rol' pariv u nakopichenni ta zberezheni vologu gruntu. Pratsi Tavriyscogo agrotekhnologichnogo universitetu. Melitopol: TDATU. 2020. Vyp. 2. T. 2. Pp.3-22.
3. Trufanov V.V. Rezultaty issledovaniya zubovykh boron novoy konstruktsii. Traktory i selskokhozaystvenye mashiny. 1986. №4.
4. Khalanskiy V.M., Khodaev D. Rezultaty ispytaniy eksperimental'noy zubovoy borony s aktivnymi rabochimi organami. Traktory i selskokhozaystvenye mashiny. 2005. №11. P.9-10.
5. Nadykto V.T., Tikhovod M.A. Analiz stiykosti rukhu boronuval'noy sectsii. Machinery & Energetics. Journal of Rural Production Research. Kyiv. Ukraine. 2020, Vol. 11. No 2. P. 95-105. DOI: 10.31548/machenergy.2020.02.095-105.
6. Nadykto V.T. Osnovy naukovykh doslidzhen'. Kherson: OLDI-PLUS. 2017. 268 p.
7. Dospekhov B.A. Metodika polevogo opyta. M.: Agropromizdat. 1985. 351 p.
8. Soloveychik A.A. Spektral'nyy analiz prostanstvennykh kolebaniy kolesnogo traktora pri statsionarnom kinematcheskom vozdiystvii. Traktory i selskokhozaystvenye mashiny. 1986. №5.
9. Lur'e A.B. Statisticheskaya dinamika sel'skokhozyaystvennykh agregatov. L.: Kolos. 1970. 376 p.
10. Bautin V.M., Selivanov V.G., Panov A.I. Metodicheskie rekomendatsii po statisticheskim metodam sbora, obrabotki i analiza eksperimental'nykh dannykh pri ispytaniyakh s.-kh. mashin. M.: Informagrotekh. 1997. 137 p.
11. Kublanov M.S. Proverka adekvatosti matematicheskikh modeley. Nauchnyy vestnik MG TU GA. 2015. №11. P. 29-36.

#### Аннотация

### Проверка математической модели плоскопараллельного движения бороновальной секции в продольно-вертикальной плоскости на адекватность

М.А. Тиховод, В.Т. Надикто

Среди множества путей сохранения дефицитной влаги в любой почвенно-климатической зоне многими учеными и агропроизводителями предпочтение отдается использованию черных паров. Для этого верхний слой парового поля должен постоянно разрыхляться на глубину 5...6 см. Лучшим рабочим орудием для выполнения этой технологической операции является борона, оборудованная рабочими органами в виде плоской лапы небольшой ширины захвата. Динамика движения подобного орудия в

продольно-вертикальной плоскости должна быть такой, которая бы обеспечивала ей стабильность глубины обработки почвы на уровне заданных 5...6 см. Такой результат возможен при правильном выборе конструктивных параметров бороны. На этапе проектирования такой машины первым шагом в решении данной задачи является математическое моделирование изучаемого процесса с обязательной последующей проверкой разработанной математической модели на адекватность. В данной статье рассмотрена методика и результаты проверки на адекватность математической модели, описывающей динамику колебаний угла поворота ( $\beta$ ) бороновальной секции в продольно-вертикальной плоскости. В итоге установлено, что в режиме постоянного движения этой секции расхождение теоретических и экспериментальных данных не выходит за пределы доверительного интервала, который характеризует диапазон изменения оценочного параметра в виде угла  $\beta$ . Такой результат указывает как на адекватность разработанной математической модели, так и на достоверность полученных результатов моделирования.

**Ключевые слова:** бороны, профиль поля, копирование, математическая модель, адекватность

## Abstract

### Verification of the mathematical model of plane-parallel motion harrow section in the longitudinal-vertical plane for the adequacy

M.A. Tikhovod, V.T. Nadykto

Many scientists and agricultural producers prefer black fallow among the many ways to preserve low moisture in any soil and climatic zone. For this, the upper layer of the fallow field must be constantly loosened to a depth of 5...6 cm. The best working tool for this technological operation is a harrow equipped with working bodies in the form of a small width shovel. This tool's movement dynamics in the longitudinal-vertical plane should ensure the tillage depth's stability. Such a result is possible with the correct choice of the harrow design parameters. At the design stage of such a machine, the first step in solving this problem is the mathematical modeling of the process under study with subsequent mandatory verification of the developed mathematical model for adequacy. This article discusses the methodology and results of checking the mathematical model's adequacy describing the dynamics of oscillations of the angle of rotation ( $\beta$ ) of the harrow section in the longitudinal-vertical plane. As a result, it was found that in the constant motion mode of this section, the discrepancy between the theoretical and experimental data does not go beyond the confidence interval, which characterizes the range of variation of the estimated parameter in the form of angle  $\beta$ . This result indicates both the adequacy of the developed mathematical model and the simulation results' reliability.

**Keywords:** harrow, field profile, copying, mathematical model, adequacy

#### Бібліографічне посилання/ Bibliography citation: Harvard

Tikhovod, M. A. and Nadykto, V. T. (2021) "Verification of the mathematical model of plane-parallel motion harrow section in the longitudinal-vertical plane for the adequacy," *Engineering of nature management*, (2(20), pp. 32 - 37.

Подано до редакції / Received: 17.04.2021